# DIE
# MESSUNG VON SCHALLSTÄRKEN.

---

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DES DOCTORGRADES DER PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

UNIVERSITÄT LEIPZIG

VORGELEGT

VON

**PAUL STARKE**
CAND. MATH.

---

MIT EINER TAFEL.

---

LEIPZIG
WILHELM ENGELMANN
1886.

Separatabdruck aus Wundt, Philosophische Studien. III. 2.

Das Problem der Schallstärkemessung ist für die Psychophysik nicht minder wichtig als für die Physik. Letztere hatte, allerdings nur gestützt auf theoretische Gründe, die Annahme gemacht, dass die Schallintensität proportional sei der lebendigen Kraft, die zur Erzeugung des Schalles aufgewandt worden ist. Rufen wir die Schallempfindung dadurch hervor, dass wir Kugeln auf schwingungsfähige Platten fallen lassen, so ist die zur Schallerzeugung gebrauchte lebendige Kraft am bequemsten messbar. Bezeichnen wir nämlich die Gewichtszahl der fallenden Kugel mit $p$ und die Höhe, von der sie auf die Platte hinabfällt, mit $h$, so wird die lebendige Kraft der Kugel beim Aufschlagen auf die Fallunterlage gemessen durch das Produkt aus dem Fallgewicht in die Fallhöhe; unter Voraussetzung der Proportionalität von lebendiger Kraft und Schallintensität $i$ erhalten wir also für letztere die folgende Maßformel:

$$i = cph,$$

worin $c$ eine Constante bedeutet. Aber Vierordt[1] fand, dass jene Maßformel nicht die richtige sei, dass vielmehr die Schallstärke, dieselbe nur betrachtet als Function der Fallhöhe, langsamer wachse als letztere und mehr der Proportionalität mit der Quadratwurzel aus dieser Höhe sich nähere. Die Untersuchungen Oberbeck's,[2] welche

1) Zeitschrift für Biologie 1881, XVII, S. 361 f.
2) Annalen der Physik und Chemie, N. F. XIII, S. 222 f.

von denen Vierordt's und aller anderen Forscher auf dem Gebiete der Schallstärkemessung dadurch sehr sich unterscheiden, dass in ihnen zum ersten Male der Versuch gemacht wurde, die Schallstärke objectiv zu messen, führten zu einem ähnlichen Resultat. Vierordt glaubte daher der vorhin angeführten Maßformel für die Schallstärke die folgende substituiren zu müssen:

$$i = cp\sqrt{h};$$

er setzte also immer noch voraus, dass eine allgemeingültige Maßformel bestehe. Allein Tischer[1]) ging noch weiter. Er unterzog die schon von Oberbeck aufgestellte hypothetische Relation:

$$i = cph^{\varepsilon}$$

einer Prüfung und zeigte, dass der Exponent $\varepsilon$ in derselben weder $= 1$ sei, wie in der von der Akustik bisher angenommenen Formel, noch $= 1/2$, wie in der Vierordt'schen Beziehung, sondern dass er mit der Fallhöhe und dem Fallgewicht sich ändere. Dieser Umstand würde mithin die Existenz eines auf Allgemeinheit Anspruch erhebenden Schallmaßes ausschließen und beweisen, dass »jeder psychophysischen Untersuchung eine vorherige empirische Ermittelung der angewandten Schallstärken vorausgehen muss.«[2])

Da die Gründe dieses Widerspruchs der Beobachter noch nicht genügend aufgeklärt sind, so dürfte es am Platze sein, das Problem der Schallstärkemessung von Neuem aufzunehmen. Eine solche Wiederaufnahme des Problems wird auf neue Experimente sich zu gründen haben, einerseits weil die von den oben erwähnten Autoren zu ihren Versuchen benutzten Apparate der Vervollkommnung noch sehr bedürfen, andererseits weil die Versuche selbst der Vollständigkeit theilweise ermangeln. Da es sich ferner in der Folge herausstellen wird, dass die von Tischer und auch von Vierordt angewandte Untersuchungsmethode — die der Minimaländerungen — von jenen Forschern eine unrichtige Anwendung erfahren hat, so liegt, wie voraus bemerkt werden mag, der Schwerpunkt der folgenden Untersuchung in der neuen von mir angewandten Methode.

---

1) Ueber die Unterscheidung von Schallstärken. Philos. Studien I. S. 498 f.
2) Wundt, Philos. Studien I. S. 12.

Wir werden hiernach unsere Aufgabe in vier Theile gliedern:

1. die Versuchstechnik,
2. die Untersuchungsmethode,
3. das Maß der Schallstärke,
4. die Prüfung des Weber'schen Gesetzes.

Obgleich dieser letzte Punkt nicht unmittelbar zu unserem Thema gehört, so hängt er doch so nahe mit demselben zusammen, dass er hier wohl anhangsweise behandelt werden darf.

---

## 1. Die Versuchstechnik.

Die Apparate zur Messung von Schallstärken lassen in zwei Gruppen sich ordnen; während die der ersten Gruppe zur objectiven, physikalischen Schallstärkemessung dienen, benutzt man die der zweiten Gruppe zur subjectiven, psychophysischen Messung.

Das erste und bis jetzt wohl auch einzige Beispiel einer physikalischen Schallstärkemessung hat Oberbeck[1]) gegeben. Derselbe verwandte, einen Gedanken W. Weber's benutzend und weiter ausführend, zu seinen Versuchen das Mikrophon in der Weise, dass er Kugeln auf vibrationsfähige Platten fallen ließ, deren Schwingungen sich bis zur Resonanzplatte des in den Stromkreis einer elektrischen Leitung eingeschalteten Mikrophons fortpflanzten und die Intensität des Stromes änderten; aus den Intensitätsänderungen dieses galvanischen Stromes wurde nun zurückgeschlossen auf die Intensitäten der Schalle, welche die Aenderung des elektrischen Stromes hervorriefen. Die objective Messung kann mit der subjectiven gleichzeitig angestellt werden und dazu dienen, letztere zu controliren.

Es besteht also zwischen der objectiven und der subjectiven Schallmessung der Unterschied, dass bei letzterer die erzeugten Schalle dem Bewusstsein zur Vergleichung und Abschätzung dargeboten werden, während man sie bei der objectiven Messung einem Apparate übermittelt, der jede Schallstärke in irgend einen messbaren Bewegungsvorgang umsetzt. Beim Mikrophon z. B. geschieht dies

---

1) Annalen der Physik und Chemie, N. F. XIII. S. 222 f.

durch elektrische Ströme, die auf einen Magnet einwirken. Die subjective Messung der Schallstärke ist also insofern einfacherer Art, als sie jener Registrirapparate nicht bedarf, sondern nur der Apparate zur Schallerzeugung, welche die objective Messung überdies braucht. Die Anwendung der Oberbeck'schen Vorrichtung begegnet übrigens dem principiellen Bedenken, dass die Resonanz des Mikrophons nicht bei allen Tonhöhen constant ist.

Der Apparate zur Schallerzeugung unterscheidet man — insoweit sie zur Messung von Schallstärken benutzt worden sind — zweierlei. Die Vorrichtungen der ersten Art bestehen aus metallenen Pendeln, die man gegen feststehende, ebenfalls metallene Wände schlagen lässt; bei den Apparaten der zweiten Art lässt man Kugeln auf vibrationsfähige Platten fallen. Mit einem der erstbeschriebenen Apparate hat früher nur Volkmann Versuche angestellt; überhaupt schien es, als wären die Schlagpendel durch die Apparate der letztgeschilderten Art verdrängt worden, weil sich bei den Pendelvorrichtungen die zur Schallerzeugung aufgewendete Energie nicht leicht genug bestimmen lässt, bis Vierordt unlängst auf jene alte Methode der Schallhervorrufung durch Schlagpendel zurückgegangen ist. [1])

Die Apparate zur Aufnahme und zum Fallenlassen von Kugeln ruhen sämmtlich auf dem Princip, die Kugel durch zwei Hebel festzuhalten und das Hinabfallen durch Entfernen der Hebelarme von einander zu bewirken. Diejenigen Apparate, bei welchen nur der eine Hebel beweglich ist, verdienen vor den übrigen den Vorzug.

Einer der unvollkommensten dieser Apparate ist der von Nörr [2]) zu seinen Versuchen über »das Unterscheidungsvermögen für Schallstärken« benutzte. Derselbe bestand aus einer stählernen Pincette, deren Arme an ihren freien Enden je eine Viertel-Hohlkugel trugen, so dass sie, wenn die Pincette zum Einsetzen der Fallkugel geschlossen

---

1) Zu einem anderen Zwecke als zur Schallstärkemessung hat Vierordt schon früher das Schallpendel verwandt. Vgl. »Das Gesetz der Schwächung des Schalls bei seiner Fortpflanzung in der freien Luft.« Zeitschr. f. Biologie 1882. XVIII. — Eine Zusammenstellung sämmtlicher Arbeiten Vierordt's auf dem Gebiete der Schallstärkemessung enthält das nach des Verfassers Tode von dessen Sohne herausgegebene Werk: »Die Schall- und Tonstärke und das Schallleitungsvermögen der Körper. Physikalische und physiologische Untersuchungen.« Tübingen, 1885.

2) Zeitschrift für Biologie 1879. XV. S. 300.

wurde, eine halbe Hohlkugel bildeten; das Hinabfallen der Kugel wurde dann erreicht durch Oeffnen der Pincette.[1]) Diese Einrichtung leidet an dem großen Fehler, dass — abgesehen von der Unmöglichkeit einer genauen Bestimmung der Fallhöhe — im ersten Momente des Hinabfallens der Kugel derselben ein Stoß ertheilt wird, infolge dessen sie nicht vertical, sondern im Bogen hinabfällt und überdies während des Fallens eine rollende Bewegung annimmt, besonders wenn das Oeffnen der Pincette nicht gleichmäßig und ruhig geschieht. Darum ist diesem das Tischer'sche Verfahren[2]) vorzuziehen, nach welchem die Fallkugel zwischen zwei Fingern, die auf dem Rande einer kreisrunden Oese ruhten, gehalten und das Hinabfallen durch vorsichtiges Oeffnen der Finger bewirkt wurde. Trotzdem man zunächst anzunehmen geneigt ist, dass diese Einrichtung noch primitiver sei als die Nörr'sche, so konnte doch von Tischer ein viel exacterer Kugelfall erzielt werden als von Nörr, indem eine Unterlage, auf der die Kugel ruht, und die, wenn sie fallen soll, unter ihr hinweggezogen wird, wie dies bei Nörr sich verhält, zu Störungen und Unregelmäßigkeiten des Fallens am leichtesten Anlass gibt. Dabei hat letzterwähnter Autor auch noch Schallstärken in's Bereich seiner Untersuchungen gezogen, die durch den Fall von Höhen bis zu 1,2 mm herab hervorgebracht wurden.

Bekanntlich hat man sich aber nicht nur zum Zwecke der Unterscheidung und Messung von Schallstärken des Fallens von Kugeln bedient, sondern auch bei der Lösung eines Problems rein physikalischer Natur: die Versuche nämlich, welche Benzenberg[3]) und Guglielmini, und nach ihnen Reich[4]) zum Zwecke des Nachweises der Erdrotation ausgeführt haben, erforderten ebenfalls die Anwendung des Kugelfallens. Die Apparate Reich's zur Aufnahme der Kugel und zur Erreichung ihres Hinabfallens sind im Vergleich zu den oben beschriebenen von ziemlich hoher Vollkommenheit. Reich[5]) befestigte seine Fallkugeln an kurzen kupfernen Drähten, oder auch — weil

1) Seine beiden schwersten Fallkugeln — Eisenkugeln von 98 und 1025 g — ließ Nörr aus freier Hand fallen!

2) Philos. Studien I. S. 499.

3) Benzenberg, Versuche über die Umdrehung der Erde. Dortmund, 1804.

4) Reich, Fallversuche über die Umdrehung der Erde. Freiberg, 1832.

5) S. 8 und 9 des vorgenannten Werkes.

diese sich besser bewährten — an hanfenen Fäden und klemmte die letzteren zwischen das Gebiss einer Zange. Dann beobachtete er die Kugel durch zwei Mikroskope, deren Axen einen rechten Winkel bildeten, um sich so vergewissern zu können, dass dieselbe im Momente des Hinabfallens, welches durch vorsichtiges Oeffnen der Zange vermittelst Drehung einer Schraube bewirkt wurde, nicht etwa minimale Schwingungen machte. Uebrigens war zur Vermeidung störender Einwirkungen durch Luftströmungen der ganze Fallapparat in ein nur unten offenes Kästchen eingeschlossen.

Als die Resultate dieses Verfahrens ihn nicht befriedigten, nahm Reich seine Zuflucht zur folgenden Methode:[1] Er versah ein an der Seite durch ein Thürchen verschließbares Kästchen oben mit einer Messingplatte, die »eine den Durchmesser der Kugeln etwas übertreffende kreisrunde Oeffnung hatte.«[2] Die messingene Platte trug einen Ring desselben Materials; das Centrum dieses Ringes fiel zusammen mit dem Mittelpunkte des kreisrunden Loches, und »in diesem Ringe drehbar lag ein anderer, oben eben geschliffener Ring, der durch drei Schräubchen mittelst eines Niveau's horizontal gestellt werden konnte. Dieser innere Ring war innen glatt und unten conisch ausgedreht; seine obere, etwas zugerundete Kante hatte aber einen Durchmesser, der den der Kugeln möglichst wenig übertraf, so dass diese eben noch hindurchgingen, aber, erwärmt, darauf liegen blieben. Sollte eine Kugel fallen, so wurde sie nach gegebenem Signale aus kochendem Wasser, in welches man sie gehängt hatte, genommen, abgetrocknet und auf den Ring gelegt, das Thürchen geschlossen und eine abgeschliffene kleine Glasglocke über die Kugel gestürzt. Sobald letztere gehörig erkaltet war, fiel sie durch, während die Glasglocke allen Luftzug abschloss.«[3]

Da keiner der beschriebenen Apparate zu unseren Fallversuchen als tauglich sich erwies — der letztgeschilderte insbesondere deshalb nicht, weil bei ihm der Zeitpunkt des Hinabfallens der Kugel von deren Erkaltungsgeschwindigkeit abhängig ist, so benutzten wir folgende neue, von Herrn Prof. Wundt ersonnene Vorrichtung.[4] (Vgl.

---

1) S. 10 und 11 des vorgenannten Werkes.

2) S. 10 des vorgenannten Werkes.

3) S. 11 des vorgenannten Werkes.

4) In vortrefflicher Weise ausgeführt von dem hiesigen Mechaniker Herrn C. Krille.

Tafel III.) Der Hauptapparat [1]) zur Aufnahme und zum Fallenlassen sowie zum Auffangen der hinabgefallenen Kugeln besteht aus vier genau abgedrehten, cylindrischen, mit einer Millimeter-Theilung versehenen Eisenstäben von je 180 cm Höhe, längs welcher je einer der vier (später zu beschreibenden) unter sich völlig gleichen elektromagnetischen Apparate (I, II, III, IV) zur Aufnahme der Fallkugeln verschiebbar ist und vermittelst je einer Schraube in jeder beliebigen Höhe eingestellt werden kann. Die erwähnten vier Eisenstangen sind auf einem Stativ desselben Metalls befestigt, welches Stativ behufs Ermöglichung einer exacten verticalen Einstellung der Stäbe auf vier Stellschrauben ruht. An ihren oberen Enden sind die Stangen durch einen eisernen Stab unter sich verbunden. Die beiden Enden dieser Querstange sind fest verschraubt mit je einem prismatischen Holzstabe, welcher an der Wand des Zimmers befestigt ist, in dem die ganze Vorrichtung Aufstellung gefunden hat.

Die von uns verwendeten Fallkugeln waren zuerst Bleikugeln, welche auf ein polirtes Eichenholzbrett von den Dimensionen 87, 9 und $1^1/_2$ cm hinabfielen. Es zeigte sich aber im Verlaufe der Versuche bald, dass sowohl die Fallkugeln als auch das als Fallunterlage dienende eichene Brett ziemlich starke Deformationen erlitten, wodurch die Klangfarbe des erzeugten Schalles sehr beeinträchtigt wurde. Darum wiederholten wir später unsere Versuche mit Stahlkugeln und einem Ebenholzbrett von denselben Dimensionen. Durch diese Anordnung gelang es uns, die Deformation der Fallkugeln zu beseitigen, wogegen die des Fallbretts unvermeidlich war, wenn sich auch die Ebenholzplatte viel widerstandsfähiger und dauerhafter erwies als das Eichenbrett. Hervorzuheben ist, dass der bei Benutzung von Ebenholz erzeugte Schall durch schärfere Begrenzung sich auszeichnete.

Die Fallunterlage ($F$) ist unter einem Winkel von ca. $18^0$ nach vorn, d. h. nach der Seite des Kugelfangs zu, geneigt, damit die auf das Brett gefallene Kugel beim Rückprall nicht darauf zurückfällt,

---

1) Die Skizze links gewährt eine obere Ansicht der auf einem Tische befindlichen Nebenapparate und einen Seitenanblick des Hauptapparates.

sondern in den zur Vermeidung störender Nachgeräusche mit Watte gepolsterten und mit Tuch ausgefütterten Fangkasten (*K*).

Die Einrichtung der elektromagnetischen Fallapparate beruht darauf, die Fallkugel durch einen Hebel, der an seiner unteren Hälfte senkrecht zu seiner Richtung den Anker eines Elektromagnetes trägt, bei Anziehung dieses Ankers gegen eine feste Wand zu klemmen und die Kugel dadurch festzuhalten. Das Hinabfallen der letzteren tritt dann ein, wenn der Magnet den Anker loslässt. Der Drehpunkt des letzteren liegt in *a* (vgl. die perspectivische Zeichnung); *b* ist eine Schraube mit Contremutter zur Regulirung des Abstandes des Ankers *c* von den Enden der Eisenkerne des Elektromagnetes. Diese Eisenkerne sind hohl, damit bei Oeffnung des Stroms der Magnetismus möglichst rasch verschwinde.

Damit beim Zurückfallen des Ankerhebels (also im Momente des Stromöffnens) gegen die Fläche der Schraubenmutter *b* kein störendes Nebengeräusch entstehe, befindet sich zwischen dem Ankerhebel und jener inneren, letzterem zugekehrten Fläche der Schraubenmutter ein Tuchläppchen. *d* ist die der Kugel zugekehrte Fläche eines kleinen, durch die Schraube *f* festzustellenden Schlittenapparates. Die ebene Fläche *d* drückt die Fallkugel bei Anziehung des Ankers durch den Elektromagnet gegen die feste Wand *e*, welche einem ähnlichen kleinen Schlittenapparat *n* angehört. Zur Ermöglichung der Einsetzung von Kugeln verschiedenen Calibers kann der Abstand der beiden Wände *d* und *e* dadurch verändert werden, dass man die Schlitten nach Oeffnen der Schrauben *f* verschiebt.

Um dem elektrischen Strom die Regulirung der Kraft, mit welcher er den Anker anzieht, nicht allein zu überlassen und bei der Combination mehrerer Fallapparate zu einem einzigen, wobei ein und derselbe Strom durch sämmtliche mit einander combinirte Apparate läuft, kleine Ungleichheiten der Elektromagnete ausgleichen zu können, trägt das obere Ende des Ankerhebels senkrecht zu dessen Richtung ein cylindrisches Stäbchen, längs welches das Laufgewicht *g* verschiebbar ist. Es ist dafür Sorge zu tragen, dass das Ende jenes cylindrischen Stäbchens beim Zurückfallen des Ankerhebels gegen die Schraubenmutter *b* nicht an die Stange *h*, längs welcher der ganze Fallapparat sich verschieben lässt, anschlagen kann. *i* ist die Schraube, welche zur Befestigung des Apparates an der Stange *h* dient. Die Marke *k*,

welche mit einem auf der Stange durch die Theilung gezogenen Verticalstrich coincidiren muss, erleichtert die exacte und vollkommen parallele Einstellung der vier Fallvorrichtungen.

Beim Einsetzen der Fallkugel in den Apparat ist die größte Aufmerksamkeit darauf zu richten, dass der Aequator der Kugel, welche auf eine hervorgeschobene Brücke *l* gelegt wird, die uns die Abbildung in zurückgeschobener Lage zeigt, in gleicher Höhe sich befinde mit der unteren Vorderkante der Wand *e*, gegen welche die Kugel bei der Anziehung des Ankers von der Wand *d* gedrückt wird. Um das Gleiten der Kugel zu vermeiden, ist daher an *e* der in verticaler Richtung bewegliche Schlitten *n* angebracht, und gegen diesen wird die Fallkugel geklemmt. Damit die Kugel während des Einsetzens auf der Fläche der Brücke *l* sicher aufliege, hat diese Fläche in der Mitte eine cylindrische Rinne. *m* ist ein Haken zur Aufhängung eines Loths, welches den Aufschlagpunkt der Kugel auf das Fallbrett genau fixirt.—

Die Vorzüge des eben geschilderten Apparates vor allen anderen früher zu demselben Zwecke benutzten Vorrichtungen sind so in die Augen springend, dass wir ihre Aufzählung unterlassen können. Wir müssen jedoch auf einen Nachtheil aufmerksam machen, den die Anwendung desselben mit sich bringt. Dieser Nachtheil liegt nicht in der Construction des eigentlichen Fallapparats begründet, sondern er rührt her von der Unmöglichkeit, die Abstände der vier Elektromagnete von einander zu ändern. Dadurch ist man gezwungen, als Aufschlagpunkte der Fallkugeln auf dem Fallbrett immer annähernd dieselben vier Punkte zu nehmen, wodurch das Brett verhältnissmäßig rasch unbrauchbar wird. Nur innerhalb kleiner Zwischenräume konnten wir die Aufschlagpunkte der Kugeln durch geeignete Verstellung der Wände *d* und *e* etwas variiren. Ein weiterer, aber, wie auch aus den Bemerkungen von Nörr[1]) und Tischer[2]) hervorgeht, bei jedem Fallapparat vorkommender Uebelstand besteht darin, dass die Schallplatte — und dies gilt besonders von dem Eichenholzbrett — bei sonst gleichen Bedingungen durchaus nicht Schallintensitäten gleicher Klangfarbe in allen ihren Punkten liefert; vielmehr ist der Unterschied im Timbre oft ein sehr bedeutender. Dieser Uebelstand hat

1) Zeitschrift für Biologie 1879. XV. S. 304.
2) Philos. Studien I. S. 511 f.

uns bei unseren Versuchen viel Aufenthalt verursacht, weil wir alle diejenigen Versuche eliminiren mussten, welche durch Verschiedenheit der Klangfärbung gestört waren.

Welchem Zwecke die auf einem Tische links vom Hauptapparate stehenden Nebenapparate dienen, ist aus dem Voraufgeführten leicht ersichtlich. Da die elektrische Leitung, deren Enden in je eine der beiden Klemmschrauben des Elektromagnetes [1]) eingeführt wurden, beliebig unterbrochen und geschlossen werden musste, und der galvanische Strom abwechselnd in der einen und der entgegengesetzten Richtung durch den Magnet gesendet wurde, so bestehen die Nebenapparate, abgesehen von den Vorrichtungen zur Stromerzeugung (Daniell'schen Elementen), aus einem Unterbrecher und einem Stromwender. Weil es ferner bei der Vergleichung von Schallintensitäten als nöthig sich erweist, dass die erzeugten Schalle dem Bewusstsein schnell hintereinander dargeboten werden, so brauchten wir zwei völlig von einander unabhängige elektrische Leitungen, deren jede also ihre besondere Batterie (*B*),[2]) ihren eigenen Commutator (*C*) und ihren eigenen Interruptor (*J*) besaß. Zum Festhalten einer Kugel im Fallapparat genügte der von zwei Daniell'schen Elementen von je 12 cm Höhe und 8 cm Breite herrührende Strom; sandten wir aber den elektrischen Strom gleichzeitig durch mehrere der Fallapparate I, II, III, IV, etwa durch zwei derselben, so war ein durch drei solche Elemente erzeugter Strom mehr als ausreichend zur Festhaltung der Fallkugeln. Unsere Skizze z. B. erläutert die Combination der beiden mittleren in gleicher Höhe befindlichen Fallapparate II und III zu einem einzigen. Diese Combination bezweckt die Hervorbringung eines exacten simultanen Fallens zweier Kugeln; es war dies bei richtiger Einstellung der Laufgewichte und unter zweckmäßiger Regulirung der Ankerdistanzen von den Enden der Eisenkerne der Elektromagnete in hoher Vollkommenheit zu erreichen.

Zum Oeffnen der elektrischen Ströme konnten wir unsere Ruhmkorff'schen Commutatoren deshalb nicht benutzen, weil sie bei ihrer Handhabung ein knarrendes, die Versuche störendes Geräusch verursachten, weswegen wir das Wenden der Ströme stets vor, resp. nach

1) Die Tafel zeigt nur die vordere Klemmschraube (*q*), während die hintere durch den Träger des Magnetes verdeckt wird.

2) Vgl. die beigegebene Skizze.

einem Versuche bewerkstelligten, dagegen uns zum Oeffnen derselben besonderer vollständig geräuschlos arbeitender Unterbrecher bedienten. Jeder von ihnen bestand aus einem messingenen Bügel, dessen eines Ende leicht drehbar war in einem Charnier, welches sich in einer mit Quecksilber gefüllten Vertiefung befand, in die zugleich das eine Ende der elektrischen Leitung eingeführt war, während das andere Ende derselben in eine zweite gleichfalls mit Quecksilber erfüllte Vertiefung mündete, in welche das andere, freie Ende des messingenen Bügels tauchte. Die Oeffnung des Stroms wurde dann bewirkt durch Herausheben des freien Endes des Bügels aus der quecksilbergefüllten Höhlung.

Die Art und Weise der Ausführung unserer Versuche gestaltete sich folgendermaßen: Es wurden jedesmal zwei Schalle erzeugt, deren Intensitäten der Reagirende zu vergleichen hatte. Das Ohr desselben war ungefähr 4 Meter von der Schallquelle entfernt. Uebrigens kehrte der Beobachter dem Manipulator, welcher seine Aufmerksamkeit ausschließlich auf die gleichmäßige Handhabung des Apparats richtete, den Rücken zu, damit er durch den Anblick der benutzten Fallhöhen und Fallgewichte in der Angabe seines Urtheils nicht beeinflusst werden konnte. Erfolgte die Fällung des Urtheils nicht gleich nach beendigtem Versuch, so wurde letzterer einmal, dann und wann auch mehrmals wiederholt.

Die Bedienung des Apparats geschah wie folgt: Nachdem der Manipulator die Brücken hervorgezogen und die Fallkugeln darauf gelegt hatte, schloss er durch Drehung der Interruptorenhebel die Ströme, was die Anziehung der Anker der Elektromagnete zur Folge hatte. Alsdann schob er die Brücken zurück und zeigte dem Beobachter durch ein Losungswort an, dass Alles fertig sei zum Experiment. Nach Oeffnung der Ströme hatte er beim nächsten Versuch die Hebel der Commutatoren umzulegen, damit die Ansammlung von permanentem Magnetismus in den Eisenkernen der Elektromagnete verhütet wurde.

## 2. Die Untersuchungsmethode.

Die Abstufungsmethoden, welche die eine der beiden Gruppen bilden, in welche die Methoden der Psychophysik zerfallen, haben bis jetzt im Vergleich zu der der Fehlermethoden nur eine beschränkte Anwendung gefunden, und zwar »infolge der umfassenden Berücksichtigung«, die letzteren Methoden »Fechner in seiner Psychophysik geschenkt hat«.[1]) Dennoch gibt es Probleme, die allein unter Benutzung der Abstufungsmethoden gelöst werden können; zu ihnen gehört auch die hier uns vorliegende Aufgabe der Schallstärkemessung. Dies zu begründen, wollen wir zunächst die verschiedenen Fälle aufzählen, die bei der Vergleichung zweier Empfindungsintensitäten im Allgemeinen und zweier Schallstärken im Besonderen eintreten können. Es sind deren drei: wir können nämlich die beiden Intensitäten entweder gleich schätzen, oder aber sie verschieden auffassen, oder endlich: wir vermögen uns zur Fällung eines Urtheils über ihr Intensitätsverhältniss gar nicht zu entschließen. Die Natur unseres Bewusstseins aber ist eine solche, dass wir im zweiten Falle nur zu entscheiden im Stande sind, ob die eine der beiden Empfindungen stärker oder schwächer ist als die andere; dagegen können wir nicht entscheiden, um wieviel die eine Empfindung stärker oder schwächer ist als die andere. Daher bleibt uns zur Messung von Empfindungen nichts Anderes übrig, als diejenigen speciellen Fälle aufzusuchen, in denen sie uns gleich erscheinen; diese sind eben die einzigen, in welchen wir Empfindungen in eine bestimmte Maßbeziehung zu einander setzen können, da bei den in ähnlichem Sinne zuweilen angewandten eben merklichen Unterschieden immerhin bestreitbar ist, ob sie einen constanten Werth besitzen. Soll aber die Aufsuchung jener Fälle nicht in blind tastender, unmethodischer Weise geschehen, so kann sie nur durch angemessene Abstufung der einen Empfindung bewirkt werden. Damit sind wir von selbst auf die Methode der Minimaländerungen angewiesen.

Nun besteht diese Methode in Folgendem:[2]) »Bezeichnen wir (wieder) den constanten Normalreiz mit $r$ und den variabeln Vergleichs-

1) Wundt, Philosophische Studien, I. S. 556.
2) Philos. Studien, I, 558 u. 559.

reiz mit $r'$, so wird zunächst $r' = r$ genommen. Dann wird $r'$ durch unmerkliche Zwischenstufen so lange verstärkt, bis eben $r' > r$ erscheint. Dieser Punkt wird aufgezeichnet, aber zur Sicherstellung desselben $r'$ noch etwas weiter verstärkt. Hierauf wird $r'$ allmählich geschwächt, bis ebenso der Punkt, wo $r' = r$ erscheint, erreicht und wieder etwas überschritten ist. Man hat auf diese Weise zwei Werthe, die wir mit $r'_o$ und $r''_o$ bezeichnen wollen, und zu denen man den Mittelwerth

$$r_o = \frac{r'_o + r''_o}{2}$$

bestimmt. In ähnlicher Weise geht man nun von dem Punkte $r' = r$ an abwärts, indem man $r' < r$ werden lässt, bis man durch unmerkliche Abstufungen den Punkt erreicht hat, wo $r' < r$ erscheint, und von hier wird endlich wieder bis zur scheinbaren Gleichheit von $r'$ und $r$ zurückgegangen. Aus den so erhaltenen Werthen, die wir mit $r'_u$ und $r''_u$ bezeichnen wollen, wird ein Mittelwerth

$$r_u = \frac{r'_u + r''_u}{2}$$

berechnet. Auf diese Weise gewinnt man durch ein und dasselbe Versuchsverfahren zwei Schwellenwerthe, nämlich:

1. die obere Unterschiedsschwelle $\triangle r_o = r_o - r$ und
2. die untere Unterschiedsschwelle $\triangle r_u = r - r_u$.«

Es wird später — im vierten Abschnitt — auseinandergesetzt werden, dass die Fassung dieser Methode eine Voraussetzung einschließt, die nicht immer erfüllt ist. Jetzt haben wir uns zu fragen, ob jene Methode, welche verschiedene Entwickelungsphasen durchlaufen hat, ehe sie die vorliegende Form gewann, in eben dieser Form zur Schallstärkemessung Anwendung finden kann, oder ob wir sie dazu einer Modification werden unterziehen müssen. Zur Beantwortung dieser Frage haben wir vorerst zu bedenken, dass die Erzeugung der beiden mit einander zu vergleichenden Schallreize auf mehrfache Art geschehen kann. Wenn nämlich die beiden die Schallempfindung hervorrufenden Fallkugeln ungleichen Calibers sind, so wollen wir die Schallreize »auf ungleiche Art erzeugt« nennen; sind die Kugeln gleich groß, so haben wir den Fall der »identischen Erzeugungsart« zweier Schallstärken, in welchem Normalschall sowohl als Vergleichsschall durch nur je eine Kugel hervorgebracht werden, zu unterscheiden von dem, wo der Normalschall zu Stande kommt durch simultanen

Fall zweier oder mehrerer Kugeln von je demselben Gewicht und je derselben Fallhöhe auf dieselbe Unterlage, während der Vergleichsschall nur durch eine Kugel entsteht — dieser Fall soll der der »gleichartigen Erzeugung« zweier Schallstärken heißen.

Der einzige Fall nun, in welchem mit Sicherheit zwei Schallreize objectiv gleich gesetzt werden können, tritt ein, wenn gleichzeitig Fallgewicht $p$, Fallhöhe $h$ und die Fallunterlage identisch sind; ferner aber ist, wenn $n$ gleiche Kugeln $p$ dieselbe Höhe $h$ auf dieselbe Unterlage gleichzeitig hinabfallen, die Voraussetzung gegeben, dass die dadurch erzeugte Schallintensität $= ni$ ist, wenn die eines jeden der $n$ componirenden Schalle $= i$ gesetzt wird. Erzeugen wir aber den Normalschall durch $n$ Kugeln und den Vergleichsschall durch eine jeder der $n$ Normalkugeln gleichende Kugel, d. h. — nach unserer oben eingeführten Ausdrucksweise — erzeugen wir beide Schallreize auf gleiche Art, so besteht der nächste Schritt, den wir zur Inangriffnahme unseres Problems der Schallstärkemessung zu thun haben, darin, diejenige Höhe ausfindig zu machen, welche die Vergleichskugel durchfallen muss, um einen dem Normalreiz objectiv gleichen Schallreiz hervorzubringen; die entsprechende, in ähnlicher Weise zu formulirende Aufgabe bietet sich uns dar, wenn die zu vergleichenden Schallstärken auf ungleiche Art hervorgerufen werden. Beide Fälle in einen einzigen zusammenfassend können wir also sagen: es handelt sich zuvörderst um Herstellung objectiver Gleichheit zwischen zwei auf nicht-identische Art erzeugten Schallstärken. Hieraus aber geht unmittelbar hervor, dass unsere Frage nach der Nothwendigkeit einer Modificirung der Wundt'schen Methode der Minimaländerungen bei ihrer Anwendung auf die Messung von Schallintensitäten in bejahendem Sinne entschieden werden muss, denn diese Methode geht ja aus von der objectiven Gleichheit der beiden Reize.

Das nächste Ziel, dem wir zur Lösung unseres Problems zustreben, lässt sich nun nicht direct erreichen, sondern nur vermittelst Durchgangs durch die subjective Gleichheit zweier Schallintensitäten. Um aber zunächst die letztere herbeizuführen, bleibt nichts übrig, als bei der Vergleichung des constanten Reizes mit dem variabeln diesen zuerst so zu wählen, dass ein deutlich merkbarer Empfindungsunterschied entsteht, und dann den variabeln so lange abzustufen, bis jener Empfindungsunterschied verschwindet: hierauf aber muss die Abstu-

fung des Vergleichsreizes noch so lange fortgesetzt werden, bis wieder ein Empfindungsunterschied — nur in entgegengesetztem Sinne — sich bemerklich macht. Da wir auch hier wie in der oben angegebenen Methode ein absteigendes von einem aufsteigenden Verfahren unterscheiden können, d. h. im ersten Falle den variabeln Vergleichsreiz deutlich stärker, und im zweiten denselben deutlich schwächer wählen können als den Normalreiz, so tritt zur Messung von Schallstärken an die Stelle der oben citirten Methode die folgende: Bezeichnen wir wieder den constanten Normalreiz mit $r$ und den variabeln Vergleichsreiz mit $r'$, so wird zunächst $r'$ deutlich stärker als $r$ gewählt. Alsdann wird $r'$ durch unmerkliche Zwischenstufen so lange geschwächt, bis eben $r' = r$ erscheint. Hierauf aber wird die Schwächung von $r'$ so lange fortgesetzt, bis eben wieder ein Empfindungsunterschied — nur in dem dem ersten entgegengesetzten Sinne — entsteht. Zur Sicherstellung dieses Punktes wird $r'$ noch etwas weiter geschwächt. Aufgezeichnet werden diejenigen beiden Punkte $r'_u$ und $r''_u$, bei welchen der Empfindungsunterschied zum ersten, resp. letzten Male verschwindet.

In ähnlicher Weise verläuft das aufsteigende Verfahren. Als Ausgangsreiz wählen wir hier einen Vergleichsreiz, der deutlich schwächer ist als der Normalreiz, und verstärken ersteren so lange, bis $r' = r$ erscheint. Dann aber setzen wir die Verstärkung des Vergleichsreizes fort, bis sich eben wieder ein Empfindungsunterschied bemerklich macht, und treiben zur Sicherstellung dieses Ebenmerklichkeitspunktes die Verstärkung des variabeln Vergleichsreizes noch etwas weiter. Auch hier zeichnen wir wieder diejenigen beiden Punkte auf, in denen der Empfindungsunterschied zum ersten, bez. letzten Male verschwindet, und nennen die ihnen entsprechenden Vergleichsreize $r'_o$ und $r''_o$.[1])

Bei der Vergleichung von Schallintensitäten hat es sich herausgestellt, dass es durchaus nicht gleichgültig ist, in welcher Reihenfolge die mit einander in Beziehung zu setzenden Schallempfindungen hervorgerufen werden. Soll also unsere Untersuchung der Vollständigkeit nicht entbehren, so haben wir die zeitliche Aufeinanderfolge der beiden zu vergleichenden Schallstärken zu berücksichtigen und ihren Einfluss zu untersuchen.

1) Die jetzigen Bezeichnungen stimmen also mit denen der vorangeführten Methode der Bedeutung nach nicht überein.

Wir wollen diejenige Zeitfolge die erste nennen, bei welcher der constante Normalschall dem variabeln Vergleichsschall vorangeht, und die zweite Zeitfolge soll diejenige heißen, bei welcher der constante Normalschall auf den variabeln Vergleichsschall folgt. Die Anordnung unserer Versuche war dann mit nur wenig Ausnahmen die folgende: Wir begannen mit dem aufsteigenden Verfahren der ersten Zeitfolge und ließen ihm das absteigende Verfahren derselben nachfolgen; alsdann gingen wir zur zweiten Zeitfolge über und behandelten dieselbe in analoger Weise wie die erste. Wir zeichneten also, indem wir unsere Methode auf beide Zeitfolgen anwendeten, folgende acht unter den variabeln Vergleichsreizen auf:

$$r'_{o1},\ r''_{o1},\ r'_{u1},\ r''_{u1};\ r'_{o2},\ r''_{o2},\ r'_{u2},\ r''_{u2},$$

wo die Indices 1, resp. 2 andeuten, dass die nach Vorschrift der Methode vermerkten Reize resp. bei Anwendung der ersten oder der zweiten Zeitfolge gefunden worden sind. —

Wie verwerthen wir nun die mit Hülfe unserer Untersuchungsmethode erhaltenen acht Versuchsdaten $r'_{o1}$, $r''_{o1}$, $r'_{u1}$, $r''_{u1}$; $r'_{o2}$, $r''_{o2}$, $r'_{u2}$, $r''_{u2}$, um von der subjectiven Gleichheit zweier Schallstärken zu ihrer objectiven zu gelangen? Nehmen wir hierzu an, es existirte eine objective Schallstärkemessung, und vergegenwärtigen wir uns, inwiefern sich subjective und objective Messung von einander unterscheiden, und worin sie sich gleichen. Sie gleichen sich darin, dass sie beide demselben Ziele der Herstellung objectiver Gleichheit zwischen Schallstärken zustreben, aber sie unterscheiden sich in der Art der Erreichung dieses Zieles: während dasselbe von der objectiven Schallstärkemessung nach Elimination der freilich zum Theil ebenfalls subjectiv begründeten Beobachtungsfehler direct erreicht würde, erreicht es die subjective Messung indirect vermittelst des Durchganges durch die subjective Gleichheit.

Hier ist auch der Ort, auf das Mangelhafte der Anwendung der Versuchsmethode Vierordt's und Tischer's hinzuweisen, welche Autoren bei der subjectiven Gleichheit zweier Schallstärken in jeder beliebigen zufälligen Zeitlage stehen blieben und glaubten, schon damit das Problem seiner vollständigen und endgültigen Lösung zugeführt zu haben.

Um aber den angekündigten Uebergang von der subjectiven zur objectiven Gleichheit zweier Schallstärken bewerkstelligen, um die

Fehler der subjectiven Messung corrigiren zu können, erscheint es zweckmäßig, die beiden Arten von einander zu unterscheiden, auf welche die Variation des Vergleichsreizes zu Stande kommen kann. Dies kann nämlich einmal geschehen durch Variation der Fallhöhe, das andere Mal durch die des Fallgewichts. Da Versuche unter Variation des Fallgewichts von uns nicht angestellt worden sind, und derartige Versuche auch nur schwer ausführbar sein würden, so möge zunächst und vorzugsweise der Fall der Höhenvariation ins Auge gefasst werden. Gesetzt nun, wir hätten — um ein bestimmtes Beispiel der Erzeugung des Normalschalls vor Augen zu haben — letzteren hervorgerufen durch eine einzige von der Höhe $h$ fallende Kugel $p$, deren Gewicht mit dem der Vergleichskugel $q$ nicht übereinstimme, wir hätten also Vergleichsschall und Normalschall auf ungleiche Art erzeugt, und die Aufzeichnung der 8 Vergleichsreize:

$$r'_{o1},\ r''_{o1},\ r'_{u1},\ r''_{u1};\ r'_{o2},\ r''_{o2},\ r'_{u2},\ r''_{u2},$$

die wir jetzt resp. mit:

$$h'_{o1},\ h''_{o1},\ h'_{u1},\ h''_{u1};\ h'_{o2},\ h''_{o2},\ h'_{u2},\ h''_{u2}$$

bezeichnen und »Vergleichshöhen« nennen wollen, wäre nach Vorschrift unserer Methode erfolgt. Wenden wir letztere dann nochmals an, und zwar auf den Fall der identischen Erzeugungsart zweier Schallstärken, bei welchem Normalkugel und Vergleichskugel gleichschwer sind, so gewährt uns dieser Fall den Vortheil, über die objective Gleichheit beider Schallstärken a priori entscheiden zu können. Dieselbe tritt ein, wenn die den Schallintensitäten zukommenden Fallhöhen einander gleich sind. Machen wir jetzt die fernere Voraussetzung, dass die im letzten Falle der identischen Erzeugungsart verwendeten Kugeln das Gewicht $q$ besitzen, also ebenso schwer sind wie die Vergleichskugel im Falle der ungleichen Erzeugungsart, und bezeichnen wir noch die »Normalhöhe« — d. h. die Fallhöhe der Normalkugel — bei identischer Erzeugungsart mit $k$, so sollen die Schallstärken, deren Bestimmungselemente $p$, $h$ und $q$, $k$ sind, dann objectiv gleich heißen, wenn die in jedem Falle durch Anwendung unserer Methode resultirenden Vergleichshöhen:

$$h'_{o1},\ h''_{o1},\ h'_{u1},\ h''_{u1};\ h'_{o2},\ h''_{o2},\ h'_{u2},\ h''_{u2}$$

und:

$$k'_{o1},\ k''_{o1},\ k'_{u1},\ k''_{u1};\ k'_{o2},\ k''_{o2},\ k'_{u2},\ k''_{u2}$$

einander gleich sind, weil alsdann vorausgesetzt werden darf, dass die von Zeitlage und Richtung der Veränderung abhängigen Fehlervorgänge in beiden Fällen identisch sind.

Die Formulirung dieses Kriteriums der objectiven Gleichheit zweier Schallstärken bleibt im Wesentlichen dieselbe, wenn wir den constanten Normalschall erzeugen durch simultanen Fall $n$ gleicher Kugeln $p$ von je derselben Fallhöhe $h$ und den Vergleichsschall durch die Kugel $p$ allein. Wir wissen, dass hier die Intensität des Normalschalls $= ni$ gesetzt werden darf, wenn die des Schalls $p$, $h$ mit $i$ bezeichnet wird. Sind jetzt bei identischer Erzeugungsart $p$, $k$ die Componenten des Normalschalls, so haben wir analog dem Vorigen die durch $n.p$, $h$ und $p$, $k$ bestimmten Schallintensitäten objectiv gleich zu setzen, wenn die Vergleichshöhen:

$$h'_{o1},\ h''_{o1},\ h'_{u1},\ h''_{u1};\ h'_{o2},\ h''_{o2},\ h'_{u2},\ h''_{u2}$$

und:

$$k'_{o1},\ k''_{o1},\ k'_{u1},\ k''_{u1};\ k'_{o2},\ k''_{o2},\ k'_{u2},\ k''_{u2}$$

übereinstimmen.

Aehnliche Kriterien können auch im Falle der Variation des Vergleichsgewichts formulirt werden, doch soll deren Aufstellung aus oben vermerktem Grunde unterbleiben.

Die Anwendung der abgeleiteten Kriterien zur Aufsuchung einer Maßformel für die Schallstärke oder, falls eine solche auf Allgemeingültigkeit Anspruch erhebende Formel nicht existiren sollte, zur Aufstellung einer Schallmaßtabelle gestaltet sich folgendermaßen: wir erzeugen Schallintensitäten sowohl auf identische als auch auf nichtidentische (gleiche und ungleiche) Art, verwenden aber dabei durchgängig eine und dieselbe Vergleichskugel. Betrachten wir nun zunächst den Fall der identischen Erzeugungsart. Hier ermitteln wir für verschiedene, nur immer durch dieselbe Fallkugel hervorgerufene Normalschalle, die sich also dann bloß noch in der Fallhöhe, nicht aber im Fallgewicht unterscheiden, die zugehörigen 8 Vergleichshöhen:

$$k'_{o1},\ k''_{o1},\ k'_{u1},\ k''_{u1};\ k'_{o2},\ k''_{o2},\ k'_{u2},\ k''_{u2},$$

wie unsere Methode es uns vorschreibt. Alsdann bilden wir mit Hülfe dieser Vergleichshöhen eine beliebige, nur zweckmäßig zu wählende Function $k$, vielleicht das arithmetische Mittel:

$$\varkappa = \frac{k'_{o1} + k''_{o1} + k'_{u1} + k''_{u1} + k'_{o2} + k''_{o2} + k'_{u2} + k''_{u2}}{8},$$

und stellen die Relation auf:

$$k = k(\varkappa),$$

(worin $k$ links als abhängige Veränderliche, rechts als Functionszeichen auftritt); wir nehmen also etwa $k$ als eine algebraische Form von $\varkappa$ an, deren Constante wir vermittelst der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen.

In entsprechender Weise verfahren wir auch bei nicht-identischer Erzeugungsart; auch hier bestimmen wir also für verschiedene Normalhöhen $h$ die ihnen zukommenden Vergleichshöhen:

$$h'_{o1},\ h''_{o1},\ h'_{u1},\ h''_{u1};\ h'_{o2},\ h''_{o2},\ h'_{u2},\ h''_{u2}.$$

Wenn dann $\eta$ eine der von $\varkappa$ analoge Bedeutung besitzt, mithin:

$$\eta = \frac{h'_{o1} + h''_{o1} + h'_{u1} + h''_{u1} + h'_{o2} + h''_{o2} + h'_{u2} + h''_{u2}}{8}$$

gesetzt wird, so erhalten wir diejenige Höhe $H$, bei welcher im Falle nicht-identischer Erzeugungsart der Vergleichsschall dem Normalschall objectiv gleich ist, durch Substitution von $\varkappa = \eta$ in die rechte Seite der Gleichung:

$$k = k(\varkappa),$$

worauf die linke $= H$ wird.

Welche Modification dieses Verfahren erleiden würde, wenn wir Gewichtsvariation eintreten ließen, bedarf der Ausführung nicht; wohl aber wollen wir jetzt darauf hinweisen, wie sehr das geschilderte Verfahren sich vereinfacht, wenn wir unseren Versuchen eine Hypothese zu Grunde legen, deren Richtigkeit wir prüfen.

Es sei diese Hypothese die der Proportionalität von Schallstärke und lebendiger Kraft. Wir schlagen zur Prüfung ihrer Richtigkeit folgenden Weg ein: wir nennen unter Anlehnung an die auch von Vierordt und Tischer benutzte Oberbeck'sche Bezeichnungsweise $p$, $H$ und $P$, $h$ zusammengehörige Componenten zweier Normalschalle und untersuchen, ob dieselben einander objectiv gleich sind unter der Bedingung:

$$p \,.\, H = P \,.\, h.$$

Ist dies der Fall, so haben wir den Beweis der Richtigkeit der Hypothese schon geliefert; wir brauchen also dann den Normalschall gar nicht durch simultanen Fall mehrerer Kugeln hervorzurufen. Diese

Erzeugungsart desselben gewährt uns jedoch eine gute Controle, allerdings nur nach einer Richtung hin: es wird nämlich dadurch nur bewiesen, dass die Schallintensität bei constantem Fallgewicht der Höhe des Falles proportional ist, während die Proportionalität mit dem Gewicht in diesem Fall dahingestellt bleibt.

Schließlich wollen wir unsere Methode geometrisch interpretiren. Hierzu deuten wir $p$, $h$, $i$, d. h. zusammengehörige Werthe von Fallgewicht, Fallhöhe und Schallstärke, als orthogonale Punktcoordinaten eines dreifach-rechtwinkligen Coordinatensystems und nehmen an, es bestehe zwischen diesen Größen die Beziehung:

$$i = f(p, h),$$

so stellt dieselbe eine Oberfläche dar. Alsdann unterscheiden wir je nach der Art der Erzeugung der beiden zu vergleichenden Schallstärken, und je nachdem wir Höhen- oder Gewichtsvariation eintreten lassen, folgende vier Unterfälle unserer Untersuchungsmethode, von denen wir aber nur den ersten interpretiren wollen, weil dann die Interpretation der drei übrigen Fälle unmittelbar sich ergeben wird.

1) Der Normalschall wird hervorgerufen durch simultanen Fall von $n$ Kugeln je derselben Fallhöhe und je desselben Gewichts; der Vergleichsschall kommt zu Stande durch Höhenvariation; die Vergleichskugel ist jeder der Normalkugeln gleich (Fall gleichartiger Erzeugung).

2) Der Normalschall wird auf dieselbe Weise hervorgebracht wie im ersten Falle; der Vergleichsschall kommt zu Stande durch Gewichtsvariation; die Vergleichshöhe ist jeder der $n$ Normalhöhen gleich.

3) Der Normalschall wird erzeugt durch den Fall nur einer Kugel, der Vergleichsschall kommt zu Stande durch Höhenvariation, die Vergleichskugel ist der Normalkugel nicht gleich (Fall ungleichartiger Erzeugung).

4) Der Normalschall wird auf dieselbe Weise hervorgebracht wie im dritten Fall; der Vergleichsschall kommt zu Stande durch Gewichtsvariation; die Vergleichshöhe ist der Normalhöhe nicht gleich.

Nennen wir nun — zur Interpretation des ersten Falles — die Intensität eines jeden der den Normalschall componirenden Einzelschalle $i$, so ist, wie schon früher bemerkt, die Intensität des Normal-

schalls selbst $= ni$ zu setzen. Unsere Methode aber gestattet uns, diejenige Höhe $H$ zu finden, bei welcher die durch den Fall einer einzigen, jeder der Normalkugeln gleichenden, Kugel hervorgerufene Schallstärke auch $= ni$ ist. Sind also:

$$p,\ h,\ i$$

zusammengehörige Werthe von Fallgewicht, Fallhöhe und Schallstärke je einer der Normalkugeln, so sind:

$$p,\ H,\ ni$$

zusammengehörige Werthe von Fallgewicht, Fallhöhe und Schallstärke der Vergleichskugel. Wir finden also bei Anwendung des ersten Unterfalles unserer Methode aus einer Höhe $h$, bei welcher durch den Fall eines Gewichts $p$ die Schallstärke $i$ erzeugt wird, diejenige Höhe $H$, bei welcher durch den Fall desselben Gewichts $p$ die $n$-fache Schallstärke $ni$ hervorgerufen wird; wir erhalten mithin hier eine Relation zwischen Schallstärke und Fallhöhe allein, d. h. wir finden auf der Schallfläche $i = f(p, h)$ eine Curve: $p = \text{const.}$, welche durch eine der $ih$-Ebene des Coordinatensystems parallele Ebene aus dieser Fläche herausgeschnitten wird.

Durch ähnliche Betrachtungen wie die vorige lässt sich zeigen, dass uns der zweite Fall die Curven $h = \text{const.}$ liefert, während jeder der beiden letzten Fälle zu den Curven $i = \text{const.}$ uns hinführt.

Wir construiren also unsere Schallfläche aus 3 Netzen auf einander normaler Curven, deren Verticalprojectionen auf je eine der Coordinatenebenen resp. je einer der Coordinatenaxen parallel sind.

---

### 3. Das Mafs der Schallstärke.

Die Versuche, deren Resultate im Folgenden aufgeführt sind, wurden angestellt im psychologischen Laboratorium des Herrn Prof. Wundt von den Herren stud. math. Luft (*Lt.*), C. Lorenz (*Lz.*) und stud. philos. Wolfe (*W.*) als Reagirenden und von mir als Manipulator. Sie begannen im Wintersemester 1883/84 mit den beiden erstgenannten Herren (*Lt.* und *Lz.*), erstreckten sich mit einem derselben (*Lz.*) bis in die zweite Hälfte des Sommersemesters 1884 hinein und wurden im darauf folgenden Wintersemester 1884/85 mit den

Herren *Lz.* und *W.* als Reagirenden von Neuem aufgenommen, um am Ende dieses Semesters zum Abschluss gebracht zu werden.

Die jedesmalige Dauer unserer Versuche, deren Ausführung wir zum weitaus größten Theile in die Vormittagsstunden verlegten, betrug 2 Stunden.

Die »Zwischenzeit«, die vom Aufschlagen der einen bis zu dem der anderen Kugel verfließende Zeit, schwankte bei unseren Versuchen etwas, aber innerhalb sehr kleiner Grenzen, derart, dass sie mit der Fallhöhe etwas zunahm; sie betrug bei *Lt.* 0,8 bis 1,0 Sec., bei *Lz.* und *W.* 0,6 bis 0,8 Sec.

Die geringste mit unserem Apparat zu erreichende Fallhöhe belief sich auf 20 mm, die größte auf 1500 mm. Um aber erstere erreichen zu können, machte es sich nöthig, die Brücken *l* (vgl. die Figur) aus ihren Führungen herauszuziehen (was selbstverständlich erst nach der Einsetzung der Fallkugel und nach dem die Anziehung des Ankers bewirkenden Stromschluss geschah), da uns sonst der am unteren Theile einer jeden Brücke befindliche und bei ihrer Verschiebung als Handgriff dienende Knopf gehindert hätte. Wir konnten aber selbst bei völligem Herausnehmen der Brücke keine kleinere Höhe erzielen als die eben erwähnte von 20 mm, weil bei einer Höhe von ungefähr 19 mm die untere Fläche des Brückenträgers das Fallbrett längs dessen oberster Kante berührte; diese letztere Höhe von etwa 19 mm durfte also als Fallhöhe nicht mehr benutzt werden, indem beim Aufliegen des Brückenträgers auf der Schallplatte die Schwingungen der letzteren beeinträchtigt worden wären.

Endlich ist noch zu bemerken, dass die Versuche — mit Ausnahme der in den ersten Wochen des Wintersemesters 1883/84 angestellten und nur zur Einübung der Reagirenden bestimmten Vorversuche, deren Resultate wir daher auch im Folgenden nicht aufgeführt haben — nicht mit mehreren Beobachtern gleichzeitig angestellt wurden, sondern nur mit je einem derselben, so dass gegenseitige Störungen der Beobachter in der Abgabe der Urtheile vermieden worden sind.

Je nach dem Material der zu unseren Experimenten angewandten Fallkugeln zerfallen die Versuche in zwei Abtheilungen, nämlich in solche mit Blei- und in solche mit Stahlkugeln. Die Versuche der zweiten Art unterscheiden sich von denen der ersten überdies durch

die Versuchsanordnung, wovon später noch die Rede sein wird. Bei den Bleikugeln bedienten wir uns des Eichenbretts, bei den Stahlkugeln des Ebenholzbretts als Unterlage.

### A. Versuche mit Bleikugeln.

Unterlage: Eichenholz.

Reagirende: *Lt.* und *Lz.*

Die verwendete Vergleichskugel war stets eine solche von 10 Gramm; je nach der Art der Erzeugung des Normalschalls hingegen bietet sich uns folgende Eintheilung dieser Versuche in vier Gruppen dar:

Gruppe a. Der constante Normalschall wird erzeugt durch den Fall einer Kugel von 10 Gramm; die Normalkugel stimmt also mit der Vergleichskugel überein. Die Versuche dieser Gruppe dienen zur Ermittelung der auf subjectiven Fehlervorgängen beruhenden Unterschiede zwischen Vergleichsschall und Normalschall.

Gruppe b. Der constante Normalschall wird erzeugt durch simultanen Fall zweier Kugeln von je 10 Gramm.

Gruppe c. Der constante Normalschall wird erzeugt durch simultanen Fall dreier Kugeln von je 10 Gramm.

Gruppe d. Der constante Normalschall wird erzeugt durch eine einzige Kugel von 20 g.

#### Gruppe a.

Der constante Normalschall wird erzeugt durch eine einzige Kugel von 10 Gramm.

Die erste hier sich darbietende Aufgabe bestand in der Ermittelung derjenigen kleinsten Normalhöhe, deren Benutzung noch die Auffindung sämmtlicher 8 Vergleichshöhen gestattete. Bei den Höhen von 50 und 60 mm, die wir zunächst noch als Normalhöhen anzuwenden gedachten, war dies nicht der Fall. Es stellte sich nämlich heraus. — worauf wir später noch zurückkommen — dass die Vergleichshöhen der ersten Zeitfolge beständig kleiner sind als die ihnen zugehörige Normalhöhe, während die der zweiten Zeitfolge stets größer sind als die zugehörige Normalhöhe.

Nun betrug, wie bemerkt, die kleinste überhaupt zu erzielende Fallhöhe 20 mm. Daher kam es, dass wir bei Anwendung der Höhen von 50 und 60 mm als Normalhöhen beim aufsteigenden Verfahren der ersten Zeitfolge den ersten Vergleichsschall, den Ausgangsvergleichsschall, nicht übermerklich schwächer wählen konnten als den Normalschall. Dazu wäre eben als Ausgangshöhe des Vergleichsschalls eine Höhe erforderlich gewesen, die unter der Minimalhöhe von 20 mm gelegen hätte.

Umgekehrt konnten wir beim absteigenden Verfahren derselben Zeitfolge zwar von einem übermerklich stärkeren Vergleichsschall ausgehen, aber es war uns nicht möglich, letzteren weit genug herabzudrücken, um — nachdem der Empfindungsunterschied zum ersten Male verschwunden war — einen solchen wieder hervorzurufen.

Wir nahmen daher — die Höhen von 50 und 60 mm außer Acht lassend — folgende 9 Höhen als Normalhöhen an:

$$\eta = 75,\ 100,\ 150,\ 200,\ 300,\ 400,\ 500,\ 600,\ 700\,\text{mm}.$$

Die 3 kleinsten Normalhöhen $\eta = 75,\ 100,\ 150$ waren etwas schwieriger zu untersuchen als die folgenden; darum führte ich mit jedem der Herren Reagirenden die Bestimmung der diesen Normalhöhen zugehörigen 8 Vergleichshöhen je 6mal durch, die der den übrigen Normalhöhen zukommenden Vergleichshöhen nur je 5mal.

Die Zeit, deren wir zur Auffindung der 8 Vergleichshöhen einer jeden Normalhöhe benöthigten, betrug $^3/_4$ bis 1 Stunde, bei den größeren Höhen gewöhnlich noch etwas mehr.

Von der Aufführung der die unmittelbaren Versuchsresultate (d. h. die durch Ablesung am Maßstabe des Apparats nach Vorschrift unserer Methode gefundenen Vergleichshöhen) enthaltenden Tabellen soll hier des Raumes wegen abgesehen werden; vielmehr wollen wir sogleich mit der Aufstellung der Tabellen der »Hauptreihen« beginnen, d. h. derjenigen Reihen, deren Glieder entstanden sind durch Bildung des arithmetischen Mittels der homologen Glieder in den Reihen der Einzelversuche.

In diesen beiden Tabellen ist die den Vergleichshöhen:

$$h'_{o1},\ h''_{o1},\ h'_{u1},\ h''_{u1};\ h'_{o2},\ h''_{o2},\ h'_{u2},\ h''_{u2}$$

zugehörige Normalhöhe mit $\eta$ bezeichnet worden; ferner finden sich

darin noch die Reihen der Größen $h_{o1}$, $h_{u1}$, $h_{o2}$, $h_{u2}$, $h_1$, $h_2$, $h$, $v$ und $n$ vor, welche durch folgende Relationen definirt sind:

$$h_{o1} = \frac{h'_{o1} + h''_{o1}}{2}, \quad h_{u1} = \frac{h'_{u1} + h''_{u1}}{2}.$$

$$h_{o2} = \frac{h'_{o2} + h''_{o2}}{2}, \quad h_{u2} = \frac{h'_{u2} + h''_{u2}}{2};$$

$$h_1 = \frac{h_{o1} + h_{u1}}{2} = \frac{h'_{o1} + h''_{o1} + h'_{u1} + h''_{u1}}{4};$$

$$h_2 = \frac{h_{o2} + h_{u2}}{2} = \frac{h'_{o2} + h''_{o2} + h'_{u2} + h''_{u2}}{4};$$

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{h_{o1} + h_{u1} + h_{o2} + h_{u2}}{4},$$

$$= \frac{h'_{o1} + h''_{o1} + h'_{u1} + h''_{u1} + h'_{o2} + h''_{o2} + h'_{u2} + h''_{u2}}{8};$$

endlich bedeutet $n$ die jedesmalige Anzahl der Versuche und $v$ die mittlere Variation, also das arithmetische Mittel:

$$v = \frac{d_1 + d_2 + \ldots + d_n}{n}$$

der absoluten Beträge der Differenzen $d_1 \ldots d_n$ aus dem Mittel sämmtlicher $n$ Beobachtungen, dasselbe vermindert um je eine der Einzelbeobachtungen. Ihres eigenthümlichen, später zu discutirenden Verhaltens wegen wurden in die Tabellen noch die Werthe der Quotienten $\frac{h_1}{\eta}$, $\frac{h_2}{\eta}$ und $\frac{h}{\eta}$ aufgenommen.

(Siehe die Tabellen a. f. S.)

Nach diesen Tabellen sind die *Lz.*'schen Versuchszahlen im Allgemeinen etwas niedriger als die *Lt.*'s, was vielleicht mit der kürzeren Zwischenzeit *Lz.*' im Vergleich zu der *Lt.*'s zusammenhängt. Ferner bestehen mit nur zwei Ausnahmen zwischen einer jeden Normalhöhe $\eta$ und den ihr zugehörigen 8 Vergleichshöhen folgende Ungleichungen:

$$h'_{o1} < h''_{u1} < h''_{o1} < h'_{u1} < \eta < h'_{o2} < h''_{u2} < h''_{o2} < h'_{u2} < 2\eta;$$

eine Erscheinung, welche mit ziemlich großer Regelmäßigkeit auch in den Reihen der Einzelversuche selbst auftritt und für die Unterscheidung von Schallstärken fundamentale Bedeutung besitzt. Aus diesen Ungleichungen folgt nämlich zunächst, dass $h_1$, das Mittel aus den Vergleichshöhen der ersten Zeitfolge, kleiner sein muss als das zu-

## Abtheilung A. Gruppe a.

### Tabelle der Hauptreihen für *Lt*.

| $\eta$ | $h'_{o1}$ | $h''_{o1}$ | $h'_{u1}$ | $h''_{u1}$ | $h'_{o2}$ | $h''_{o2}$ | $h'_{u2}$ | $h''_{u2}$ | $h_{o1}$ | $h_{u1}$ | $h_{o2}$ | $h_{u2}$ | $h_1$ | $h_2$ | $h$ | $\frac{h_1}{\eta}$ | $\frac{h_2}{\eta}$ | $\frac{h}{\eta}$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 75 | 32 | 61 | 70 | 31 | 84 | 148 | 156 | 88 | 47 | 51 | 116 | 122 | 49 | 119 | 84 | 0,65 | 1,59 | 1,12 | 2,17 | 6 |
| 100 | 42 | 85 | 91 | 53 | 108 | 180 | 201 | 135 | 64 | 72 | 144 | 168 | 68 | 156 | 112 | 0,68 | 1,56 | 1,12 | 0,83 | 6 |
| 150 | 75 | 129 | 146 | 98 | 165 | 286 | 289 | 170 | 102 | 122 | 226 | 230 | 112 | 228 | 170 | 0,75 | 1,52 | 1,13 | 2,50 | 6 |
| 200 | 85 | 152 | 169 | 84 | 209 | 387 | 394 | 245 | 119 | 127 | 298 | 320 | 123 | 309 | 216 | 0,62 | 1,55 | 1,08 | 1,20 | 5 |
| 300 | 176 | 237 | 279 | 177 | 344 | 529 | 578 | 352 | 207 | 228 | 437 | 465 | 217 | 451 | 334 | 0,72 | 1,50 | 1,11 | 5,80 | 5 |
| 400 | 253 | 337 | 374 | 269 | 408 | 749 | 747 | 457 | 295 | 322 | 579 | 602 | 308 | 590 | 449 | 0,77 | 1,48 | 1,12 | 5,60 | 5 |
| 500 | 288 | 440 | 491 | 319 | 535 | 886 | 985 | 591 | 364 | 405 | 711 | 788 | 385 | 749 | 567 | 0,77 | 1,50 | 1,13 | 6,00 | 5 |
| 600 | 390 | 565 | 582 | 400 | 664 | 1025 | 1082 | 680 | 478 | 491 | 845 | 881 | 484 | 863 | 674 | 0,81 | 1,44 | 1,12 | 3,60 | 5 |
| 700 | 454 | 548 | 588 | 469 | 742 | 1176 | 1310 | 777 | 501 | 527 | 959 | 1044 | 514 | 1001 | 757 | 0,73 | 1,43 | 1,08 | 9,00 | 5 |



## Abtheilung A. Gruppe a.

### Tabelle der Hauptreihen für *Lz*.

| $\eta$ | $h'_{o1}$ | $h''_{o1}$ | $h'_{u1}$ | $h''_{u1}$ | $h'_{o2}$ | $h''_{o2}$ | $h'_{u2}$ | $h''_{u2}$ | $h_{o1}$ | $h_{u1}$ | $h_{o2}$ | $h_{u2}$ | $h_1$ | $h_2$ | $h$ | $\frac{h_1}{\eta}$ | $\frac{h_2}{\eta}$ | $\frac{h}{\eta}$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 75 | 31 | 54 | 64 | 45 | 82 | 134 | 145 | 89 | 43 | 55 | 108 | 117 | 49 | 113 | 81 | 0,65 | 1,51 | 1,08 | 0,50 | 6 |
| 100 | 40 | 81 | 88 | 44 | 110 | 185 | 195 | 121 | 61 | 66 | 148 | 158 | 63 | 153 | 108 | 0,63 | 1,53 | 1,08 | 1,56 | 6 |
| 150 | 68 | 117 | 138 | 65 | 170 | 273 | 277 | 175 | 93 | 102 | 222 | 226 | 97 | 224 | 160 | 0,65 | 1,49 | 1,07 | 0,67 | 6 |
| 200 | 87 | 148 | 160 | 92 | 223 | 380 | 387 | 234 | 118 | 126 | 302 | 311 | 122 | 306 | 214 | 0,61 | 1,53 | 1,07 | 0,80 | 5 |
| 300 | 137 | 237 | 256 | 159 | 316 | 571 | 582 | 350 | 187 | 208 | 444 | 466 | 197 | 455 | 326 | 0,66 | 1,51 | 1,09 | 2,80 | 5 |
| 400 | 212 | 341 | 352 | 239 | 417 | 716 | 744 | 424 | 277 | 296 | 567 | 584 | 286 | 575 | 431 | 0,64 | 1,44 | 1,08 | 3,20 | 5 |
| 500 | 288 | 451 | 484 | 303 | 519 | 867 | 922 | 551 | 370 | 394 | 693 | 737 | 382 | 715 | 548 | 0,77 | 1,43 | 1,10 | 8,20 | 5 |
| 600 | 377 | 532 | 546 | 398 | 636 | 952 | 1102 | 623 | 455 | 472 | 794 | 863 | 463 | 828 | 645 | 0,77 | 1,38 | 1,08 | 1,20 | 5 |
| 700 | 392 | 587 | 633 | 466 | 730 | 1124 | 1280 | 784 | 490 | 550 | 927 | 1032 | 520 | 980 | 750 | 0,74 | 1,40 | 1,07 | 5,20 | 5 |

gehörige $\eta$, während $h_2$, welches für die zweite Zeitfolge dieselbe Bedeutung hat wie $h_1$ für die erste, größer sein muss als das ihm zukommende $\eta$; in Zeichen:

$$h_1 < \eta < h_2 < 2\eta,$$

oder:

$$\frac{h_1}{\eta} < 1, \quad 1 < \frac{h_2}{\eta} < 2.$$

In unseren Tabellen bemerken wir nun ein langsames, ziemlich stetiges Ansteigen des Quotienten $\frac{h_1}{\eta}$ mit wachsendem $\eta$, während der Quotient $\frac{h_2}{\eta}$ bei wachsendem $\eta$ abnimmt. Die Vergleichshöhen der ersten Zeitfolge nehmen also mit wachsender Normalhöhe auch zu; die Vergleichshöhen der zweiten Zeitfolge dagegen nehmen bei wachsender Normalhöhe im Allgemeinen etwas ab. Beide Höhengruppen streben also bei wachsender Normalhöhe auf einander zu, werden jedoch durch die zugehörige Normalhöhe von einander getrennt. Die Werthe des Quotienten $\frac{h}{\eta}$ endlich sind im Allgemeinen wenig von einander verschieden. Auf letzteren Umstand kommen wir im 4. Abschnitt zurück.

Zur Erklärung der großen Verschiedenheit der Vergleichshöhen der einen Zeitfolge von denen der anderen haben wir zu bedenken, dass die Beurtheilung der beiden jedesmal erzeugten Schalle nicht unter denselben Umständen geschieht, weil die beiden Schalle dem Bewusstsein des Reagirenden nicht gleichzeitig dargeboten werden können.

Erfolgt nun die Urtheilsfällung gleich nach dem Eintreten des zweiten Reizes, so wird letzterer mehr nach seiner unmittelbaren Intensität aufgefasst, während der erste Schall dann nur noch im Blickfeld des Bewusstseins befindlich ist und also nur als Erinnerungsbild mit dem zweiten Schall verglichen wird. Da aber das Erinnerungsbild im Vergleich zum unmittelbaren Eindruck eine geringere Intensität besitzt, so muss sich der Einfluss der Zeitfolge dahin geltend machen, dass der zweite Schall überschätzt wird. Hierzu könnte als weiterer Grund noch die physiologische Nachwirkung der Erregung hinzukommen.

Gruppe b. (Reagirender: *Lt.*) und Gruppe c. (Reagirender: *Lz.*).

Der constante Normalschall wird erzeugt durch simultanen Fall zweier, resp. dreier Kugeln von je 10 Gramm.

Da die jetzigen Experimente schwieriger und zeitraubender waren als die unter Gruppe a., so mussten wir uns bei den Versuchen unter b. auf die Untersuchung der folgenden 4 Normalhöhen beschränken:

$$\eta = 50,\ 150,\ 250,\ 350;$$

bei den Experimenten unter c. legten wir folgende 3 Normalhöhen der Untersuchung zu Grunde:

$$\eta = 50,\ 100,\ 200.$$

Die Bestimmung der einer jeden Normalhöhe zugehörigen 8 Vergleichshöhen haben wir je 6 mal ausgeführt. Die Zeit zur Bestimmung sämmtlicher Vergleichshöhen einer Normalhöhe betrug bei den Versuchen unter Gruppe b. ungefähr $1^1/_4$, bei denen unter c. etwa $1^1/_2$ Stunde. Wir reproduciren auch hier nur die aus den Reihen der Einzelversuche abgeleiteten Hauptreihen.

## Abtheilung A. Gruppe b.

Reagirender: *Lt.*

Tabelle der Hauptreihen.

| $\eta$ | $h'_{o1}$ | $h''_{o1}$ | $h'_{u1}$ | $h''_{u1}$ | $h'_{o2}$ | $h''_{o2}$ | $h'_{u2}$ | $h''_{u2}$ | $h$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 42 | 87 | 93 | 51 | 107 | 193 | 198 | 137 | 114 | 1,67 | 6 |
| 150 | 175 | 235 | 273 | 187 | 319 | 556 | 562 | 369 | 335 | 1,33 | 6 |
| 250 | 312 | 446 | 490 | 315 | 550 | 866 | 965 | 589 | 567 | 3,67 | 6 |
| 350 | 445 | 546 | 581 | 454 | 746 | 1139 | 1274 | 837 | 753 | 14,33 | 6 |

## Abtheilung A. Gruppe c.

Reagirender: *Lz.*

Tabelle der Hauptreihen.

| $\eta$ | $h'_{o1}$ | $h''_{o1}$ | $h'_{u1}$ | $h''_{u1}$ | $h'_{o2}$ | $h''_{o2}$ | $h'_{u2}$ | $h''_{u2}$ | $h$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 59 | 125 | 136 | 67 | 171 | 268 | 291 | 166 | 160 | 1,17 | 6 |
| 100 | 145 | 236 | 248 | 165 | 316 | 566 | 587 | 339 | 325 | 0,83 | 6 |
| 200 | 366 | 535 | 558 | 385 | 641 | 945 | 1069 | 653 | 644 | 2,83 | 6 |

Wir können auch hier wieder, indem wir vorläufig von der Prüfung unserer Hypothese absehen, zunächst die Größenbeziehungen der Vergleichshöhen zu einander feststellen und gelangen dabei für die Versuche der Gruppe b. zu folgenden Ungleichungen:

$$h'_{o1} < h''_{u1} < h''_{o1} < h'_{u1} < 2\,\eta < h'_{o2} < h''_{u2} < h''_{o2} < h'_{u2} < 4\,\eta,$$

während die Vergleichshöhen der Gruppe c. folgenden Ungleichungen gehorchen:

$$h'_{o1} < h''_{u1} < h''_{o1} < h'_{u1} < 3\,\eta < h'_{o2} < h''_{u2} < h''_{o2} < h'_{u2} < 6\,\eta.$$

Dadurch wird aber bewiesen, dass hier Abweichungen des Vergleichsschalls in demselben Sinne vorkommen wie bei den Versuchen der Gruppe a.

Soll nun das Gesetz der Proportionalität von Schallstärke und Fallhöhe (bei constantem Fallgewicht) bestehen, so müssen bei den mit *Lt.* angestellten Versuchen unter b. die für die Normalhöhen:

$$\eta = 50,\ 150,\ 250,\ 350$$

und das Normalgewicht:

$$P = 2 \times 10$$

gefundenen Vergleichshöhen resp. übereinstimmen mit den unter a. für *Lt.* bestimmten Vergleichshöhen der Normalhöhen:

$$\mathrm{H} = 100,\ 300,\ 500,\ 700,$$

denen sämmtlich das Normalgewicht $p = 10$ zugehört, denn unter dieser Bedingung sind, wie es die Hypothese fordert, die Producte $P\eta$ im einen Falle den entsprechenden Producten $p\mathrm{H}$ im anderen Falle gleich. Bei den mit *Lz.* ausgeführten Versuchen der Gruppe c. dagegen müssen die unter Benutzung der Normalhöhen:

$$\eta = 50,\ 100,\ 200$$

und des Normalgewichts:

$$P = 3 \times 10$$

erhaltenen Vergleichshöhen bez. übereinstimmen mit den unter a. für *Lz.* gefundenen Vergleichshöhen der Normalhöhen:

$$\mathrm{H} = 150,\ 300,\ 600,$$

welchen ebenfalls das Vergleichsgewicht $p = 10$ zukommt.

Diese Uebereinstimmung ist nun in der That eine sehr vollständige, namentlich sind die arithmetischen Mittel der Vergleichshöhen

der einen Gruppe von den ihnen entsprechenden Mitteln der anderen Gruppe nur sehr wenig verschieden, wie aus folgender Tabelle hervorgeht. Es ist für:

*Lt.*

| H | $p$ | $H$ | $\eta$ | $P$ | $h$ | $H-h$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 10 | 112 | 50 | $2 \times 10$ | 114 | — 2 |
| 300 | 10 | 334 | 150 | $2 \times 10$ | 335 | — 1 |
| 500 | 10 | 567 | 250 | $2 \times 10$ | 567 | 0 |
| 700 | 10 | 757 | 350 | $2 \times 10$ | 753 | + 4 |

und für:

*Lz.*

| H | $p$ | $H$ | $\eta$ | $P$ | $h$ | $H-h$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 150 | 10 | 160 | 50 | $3 \times 10$ | 160 | 0 |
| 300 | 10 | 326 | 100 | $3 \times 10$ | 325 | + 1 |
| 600 | 10 | 645 | 200 | $3 \times 10$ | 644 | + 1 |

Trotz dieser guten Uebereinstimmung der Versuchsergebnisse mit den Forderungen der Hypothese wollen wir uns doch zu weiterer, eingehender Prüfung unserer Resultate der Hülfsmittel bedienen, die die Wahrscheinlichkeitsrechnung an die Hand gibt.

Die Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers gegebener Beobachtungen kommt bekanntlich zurück auf die Ermittelung einer Hülfsfunction $\varphi$, welche man den mittleren Fehler der gegebenen Beobachtungen nennt und die folgendermaßen definirt wird. Ist $\mu$ das arithmetische Mittel aus den Beobachtungen:

$$\alpha_1 \ldots \alpha_n,$$

deren Anzahl $n$ beträgt, und wird die Summe:

$$(\mu - \alpha_1)^2 + \ldots + (\mu - \alpha_n)^2 \equiv \sigma$$

gesetzt, so besteht zwischen $\sigma$, $n$ und $\varphi$ die Relation:

$$\varphi = \sqrt{\frac{\sigma}{n-1}}.$$

Ferner aber hängen wahrscheinlicher Fehler $f$ und Präcisionsmaß $m$ gegebener Beobachtungen zusammen durch die Gleichung:

$$mf = \varrho,$$

worin $\varrho$ die Constante:

$$\varrho = 0{,}4769360$$

bedeutet. Die Werthe von $m$ und $f$, dieselben ausgedrückt als Functionen von $\varphi$ allein, sind:

$$m = \frac{1}{\varphi \sqrt{2}} = \frac{0{,}7071068}{\varphi}.$$

und demzufolge: $f = \frac{\varrho}{m} = \varrho \varphi \sqrt{2} = 0{,}6744897 \varphi$.

Die Resultate, welche die Anwendung der letzten Formel auf unsere Versuche liefert, sind in folgenden beiden Tabellen niedergelegt. Der zur Normalhöhe H gehörige Werth des wahrscheinlichen Fehlers wurde darin mit $F$ bezeichnet.

*Lt.*

| H | $p$ | $H$ | $F$ | $\eta$ | $P$ | $h$ | $f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 10 | 112 | 0,80 | 50 | $2 \times 10$ | 114 | 1,35 |
| 300 | 10 | 334 | 7,23 | 150 | $2 \times 10$ | 335 | 1,35 |
| 500 | 10 | 567 | 4,77 | 250 | $2 \times 10$ | 567 | 3,14 |
| 700 | 10 | 757 | 8,71 | 350 | $2 \times 10$ | 753 | 11,76 |

*Lz.*

| H | $p$ | $H$ | $F$ | $\eta$ | $P$ | $h$ | $f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 150 | 10 | 160 | 0,74 | 50 | $3 \times 10$ | 160 | 1,17 |
| 300 | 10 | 326 | 2,29 | 100 | $3 \times 10$ | 325 | 0,67 |
| 600 | 10 | 645 | 1,17 | 200 | $3 \times 10$ | 644 | 2,78 |

Wir bemerken also, dass die Anwendung der Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf unsere Versuche ein für die zu prüfende Hypothese günstiges Resultat liefert. Es fällt überdies in die Augen, dass bei den Höhen bis zu 300 mm der wahrscheinliche Fehler ziemlich klein und also bis zu diesen Höhen die Beobachtung eine verhältnissmäßig exacte ist; bei größeren Höhen wächst derselbe sehr bedeutend an. Es kann hier vorläufig bemerkt werden, dass, wenn das Weber'sche oder ein demselben ähnliches Gesetz gilt, dieses als nothwendige Folge sich ergeben muss, so dass also diese Unterschiede nicht auf verschiedener Genauigkeit der Beobachtungen beruhen, sondern auf der muthmaßlichen Beziehung zwischen Reiz und Empfindung. Denn wenn z. B. die absolute Unterschiedsschwelle bei $\eta = 100 = 10$ ist und bei $\eta = 1000 = 100$, so ist es selbstverständlich, dass auch der wahrscheinliche Fehler sich entsprechend vergrößern muss.

### Gruppe d. (Reagirender: *Lz.*).

Der constante Normalschall wird erzeugt durch eine einzige Kugel von 20 Gramm.

Die jetzigen Versuche waren insofern schwieriger wie sämmtliche vorangegangene, als hier die mit einander zu vergleichenden Schalle durch Kugeln verschiedenen Calibers hervorgerufen wurden, also der Unterschied im Timbre der beiden jedesmal erzeugten Schallintensitäten nie zum Verschwinden gebracht werden konnte; vielmehr war, wie Tischer[1]) sich ausdrückt, »der Schall der kleineren Kugel spitzer und höher, der der größeren breiter und tiefer.«

Als Normalhöhen benutzten wir die folgenden 4 Höhen:

$$\eta = 100,\ 200,\ 300,\ 400$$

und führten die Bestimmung der ihnen zugehörigen Vergleichshöhen je 6 mal durch. Die Zeit, die wir zur Auffindung der 8 Vergleichshöhen einer jeden Normalhöhe brauchten, belief sich auf 5/4 bis 1 1/2 Stunde, ja manchmal ist diese Zeit noch überschritten worden.

Die Benutzung einer kleineren Höhe als der von $\eta = 100$ mm zur Normalhöhe erwies sich als undurchführbar, weil dann der durch die Normalkugel erzeugte Schall so dumpf war, dass er mit dem der Vergleichskugel nicht mehr verglichen werden konnte.

Die folgende Tabelle enthält wieder wie früher nicht die Einzelversuchsreihen selbst, sondern die aus ihnen berechneten Hauptreihen.

### Abtheilung A. Gruppe d.

Reagirender: *Lz.*

Tabelle der Hauptreihen.

| $\eta$ | $h'_{o1}$ | $h''_{o1}$ | $h'_{u1}$ | $h''_{u1}$ | $h'_{o2}$ | $h''_{o2}$ | $h'_{u2}$ | $h''_{u2}$ | $h$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 92 | 144 | 156 | 95 | 222 | 379 | 388 | 238 | 214 | 0,67 | 6 |
| 200 | 236 | 322 | 341 | 235 | 426 | 701 | 742 | 424 | 428 | 1,14 | 6 |
| 300 | 344 | 550 | 561 | 394 | 628 | 966 | 1076 | 645 | 645 | 1,83 | 6 |
| 350 | 410 | 555 | 633 | 467 | 736 | 1141 | 1262 | 799 | 750 | 2,33 | 6 |

1) Philos. Studien I. S. 501.

Bei der nunmehr vorzunehmenden Prüfung unserer Hypothese der Proportionalität von Schallstärke und lebendiger Kraft haben wir uns zu überzeugen, ob die unter Gruppe a. für *Lz.* gefundenen Vergleichshöhen der Normalhöhen:

$$H = 200, 400, 600, 700$$

resp. in Uebereinstimmung sich befinden mit den jetzt für:

$$\eta = 100, 200, 300, 350$$

erhaltenen Vergleichshöhen. Die Zusammenstellung der dabei gefundenen Resultate enthält die nachfolgende Tabelle, in welcher wie früher der der Normalhöhe H zugehörige Werth des wahrscheinlichen Fehlers mit *F* bezeichnet wurde.

*Lz.*

| H | *p* | *H* | *F* | $\eta$ | *P* | *h* | *f* | *H—h* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 200 | 10 | 214 | 0,67 | 100 | 20 | 214 | 0,60 | 0 |
| 400 | 10 | 431 | 2,46 | 200 | 20 | 428 | 1,17 | + 3 |
| 600 | 10 | 645 | 1,17 | 300 | 20 | 645 | 1,45 | 0 |
| 700 | 10 | 750 | 4,33 | 350 | 20 | 750 | 1,96 | 0 |

Die jetzt angestellte Prüfung ist also wiederum zu Gunsten unserer Hypothese ausgefallen. Das Ansteigen des wahrscheinlichen Fehlers geschieht hier ähnlich dem früheren; nur ist der wahrscheinliche Fehler erheblich kleiner als bei demselben Beobachter *Lz.* in den früheren Versuchen, was daher rühren dürfte, dass die Versuche später nach längerer vorausgegangener Uebung angestellt worden sind.

## B. Versuche mit Stahlkugeln.

Unterlage: Ebenholz.

Reagirende: *Lz.* und *W.*

Wie wir bereits zu Beginn dieses Abschnitts erwähnten, unterscheiden sich die jetzigen Versuche von denen der vorigen Abtheilung durch die Versuchsanordnung. Während wir nämlich früher zunächst nur Versuche bei identischer Erzeugungsart der beiden zu vergleichenden Schallstärken anstellten, alsdann durchgängig Versuche bei gleicher Erzeugungsart, und schließlich solche bei ungleicher Erzeugungsart, schlugen wir jetzt folgenden Weg ein, welcher von dem vorangegangenen Verfahren insofern wesentlich verschieden war, als wir

hier zwar auch mit der identischen Erzeugungsart der beiden Schallstärken begannen, also den constanten Normalschall erzeugten durch eine von der Normalhöhe H fallende Kugel $p$, dann aber in einer unmittelbar darauf folgenden Versuchsreihe den Normalschall hervorriefen durch eine von der Höhe $\eta = \frac{H}{2}$ fallende Kugel: $P = 2p$, während die Vergleichskugel in beiden Fällen dieselbe war, und zwar eine solche von 10 Gramm, wie in den Versuchen der vorigen Abtheilung.

Die jetzige Versuchsanordnung unterscheidet sich mithin von der früheren in vortheilhafter Weise dadurch, dass wir hier die zum Zwecke der Prüfung unserer Hypothese der Proportionalität von Schallstärke und lebendiger Kraft vorzunehmende Vergleichung der für die Schallcomponenten:

$$H, p \text{ und } \eta = \frac{H}{2}, \; P = 2p$$

resultirenden Vergleichshöhen, welche im Falle der Richtigkeit der Hypothese übereinstimmen müssen, in jedem einzelnen Falle unmittelbar vornehmen können.

Als Normalhöhen bei identischer Erzeugungsart benutzte ich hier mit *Lz.* die 4 Höhen:

$$H = 150, 300, 450, 600 \text{ mm},$$

während das Gewicht der der Vergleichskugel gleichenden Normalkugel:

$$p = 10$$

Gramm betrug; bei ungleicher Erzeugungsart wog die Normalkugel:

$$P = 2p = 20$$

Gramm, und die Normalhöhen waren:

$$\eta = \frac{H}{2} = 75, 150, 225, 300 \text{ mm}.$$

Mit *W.* wurde die Bestimmung der Vergleichshöhen bei identischer Erzeugungsart für folgende 3 Normalhöhen vorgenommen:

$$H = 150, 300, 450 \text{ mm},$$

das Gewicht der Normalkugel war auch hier $p = 10$ Gramm: bei ungleicher Erzeugungsart wurde dieselbe Normalkugel: $P = 2p = 20$ Gramm benutzt wie im vorhergehenden Falle, und die untersuchten Normalhöhen waren hier:

$$\eta = \frac{H}{2} = 75, 150, 225 \text{ mm}.$$

Die Bestimmung der Vergleichshöhen jeder Normalhöhe wurde mit *Lz.* je 6mal, mit *W.* je 5mal vorgenommen. Die folgenden beiden Tabellen enthalten die aus den Reihen der Einzelversuche abgeleiteten Hauptreihen.

## Abtheilung B.

*Lz.*

| H | $p$ | $H'_{o1}$ | $H''_{o1}$ | $H'_{u1}$ | $H''_{u1}$ | $H'_{o2}$ | $H''_{o2}$ | $H'_{u2}$ | $H''_{u2}$ | $H$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 150 | 10 | 83 | 141 | 135 | 86 | 177 | 254 | 286 | 156 | 165 | 1,17 | 6 |
| 300 | 10 | 137 | 231 | 265 | 152 | 304 | 512 | 679 | 339 | 327 | 2,00 | 6 |
| 450 | 10 | 243 | 406 | 424 | 319 | 464 | 738 | 814 | 462 | 484 | 3,33 | 6 |
| 600 | 10 | 426 | 538 | 582 | 449 | 627 | 958 | 1012 | 576 | 646 | 3,83 | 6 |

| $\eta$ | $P$ | $h'_{o1}$ | $h''_{o1}$ | $h'_{u1}$ | $h''_{u1}$ | $h'_{o2}$ | $h''_{o2}$ | $h'_{u2}$ | $h''_{u2}$ | $h$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 75 | 20 | 91 | 117 | 139 | 93 | 162 | 268 | 279 | 153 | 163 | 1,33 | 6 |
| 150 | 20 | 159 | 248 | 281 | 158 | 319 | 493 | 651 | 347 | 332 | 1,83 | 6 |
| 225 | 20 | 228 | 391 | 442 | 296 | 487 | 726 | 792 | 487 | 481 | 3,67 | 6 |
| 300 | 20 | 392 | 554 | 578 | 456 | 634 | 921 | 1060 | 618 | 652 | 4,83 | 6 |

## Abtheilung B.

*W.*

| H | $p$ | $H'_{o1}$ | $H''_{o1}$ | $H'_{u1}$ | $H''_{u1}$ | $H'_{o2}$ | $H''_{o2}$ | $H'_{u2}$ | $H''_{u2}$ | $H$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 150 | 10 | 93 | 119 | 123 | 91 | 186 | 217 | 228 | 206 | 158 | 1,40 | 5 |
| 300 | 10 | 245 | 268 | 294 | 247 | 346 | 389 | 413 | 357 | 320 | 2,60 | 5 |
| 450 | 10 | 369 | 395 | 457 | 362 | 496 | 583 | 664 | 552 | 485 | 3,20 | 5 |

| $\eta$ | $P$ | $h'_{o1}$ | $h''_{o1}$ | $h'_{u1}$ | $h''_{u1}$ | $h'_{o2}$ | $h''_{o2}$ | $h'_{u2}$ | $h''_{u2}$ | $h$ | $v$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 75 | 20 | 89 | 116 | 127 | 92 | 174 | 226 | 249 | 198 | 159 | 1,20 | 5 |
| 150 | 20 | 236 | 277 | 304 | 251 | 338 | 409 | 402 | 369 | 323 | 3,00 | 5 |
| 225 | 20 | 357 | 412 | 443 | 349 | 518 | 586 | 629 | 572 | 483 | 2,80 | 5 |

Die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf diese Versuche ergibt folgende Resultate:

*Lz.*

| H | $p$ | $H$ | $F$ | $\eta$ | $P$ | $h$ | $f$ | $H-h$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 150 | 10 | 165 | 1,00 | 75 | 20 | 163 | 1,60 | + 2 |
| 300 | 10 | 327 | 1,71 | 150 | 20 | 332 | 1,68 | — 5 |
| 450 | 10 | 484 | 3,01 | 225 | 20 | 481 | 2,87 | + 3 |
| 600 | 10 | 646 | 2,95 | 300 | 20 | 652 | 4,32 | — 6 |

*W.*

| H | $p$ | $H$ | $F$ | $\eta$ | $P$ | $h$ | $f$ | $H-h$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 150 | 10 | 158 | 1,43 | 75 | 20 | 159 | 0,95 | — 1 |
| 300 | 10 | 320 | 2,12 | 150 | 20 | 323 | 2,59 | — 3 |
| 450 | 10 | 485 | 2,31 | 225 | 20 | 483 | 2,23 | + 2 |

Da also auch hier ein unserer Hypothese günstiges Resultat sich ergibt, so können wir das Ergebniss unserer bisherigen Untersuchungen dahin aussprechen, dass der Satz der Proportionalität von Schallstärke und lebendiger Kraft — wenigstens innerhalb der Grenzen, zwischen denen sich unsere Versuche bewegten — Gültigkeit besitzt, da die gefundenen Abweichungen durchaus innerhalb der Grenzen unvermeidlicher Versuchsfehler bleiben und nach beiden Seiten hin auftreten.

Wenn Vierordt und Tischer nicht zu demselben Resultat gelangten, so lag dies, wie schon im zweiten Abschnitt angedeutet wurde, wesentlich daran, dass beide Experimentatoren auf Herstellung subjectiver Gleichheit in einer einzigen beliebigen Zeitlage zwischen zwei Schallstärken sich beschränkten. Tischer ließ nämlich ebenso wie Vierordt eine größere Kugel vom Gewichte $P$ fallen von einer Höhe $\eta$ und verglich ihren Schall mit dem einer Kugel von dem kleineren Gewichte $p$ behufs Ausfindigmachung derjenigen Höhe $h$, bei welcher beide Schalle gleich stark erschienen. Dann bestimmte Tischer aus $P$, $\eta$; $p$, $h$ eine Größe $\varepsilon$ vermittelst der von Oberbeck aufgestellten Formel:

$$\varepsilon = \frac{\log \frac{P}{p}}{\log \frac{h}{\eta}}$$

und fand, dass bei Benutzung verschiedener Fallhöhen und Fallgewichte $\varepsilon$ sich ändere: Vierordt dagegen behauptete, dass $\varepsilon$ mit ziemlich großer Annäherung als constant sich erweise, und gab den Werth dieser Constanten auf 0,59 an.

Vierordt[1]) versuchte auch, das eben geschilderte Verfahren auf das Schallpendel zu übertragen. Allein dieser Versuch scheiterte zunächst an der Unmöglichkeit, die durch Pendel verschiedenen Gewichts erzeugten Schallintensitäten zu vergleichen, weil der Unterschied in der Klangfarbe allzu bedeutend war. Vierordt aber wusste sich zu helfen, indem er zwei einander vollständig gleichende Schallpendel zu seinen Versuchen benutzte und den einen der beiden mit einander zu vergleichenden Schalle dadurch hervorrief, dass er beide Pendel gleichzeitig gegen schwingungsfähige feste Wände schlagen ließ; er bediente sich also desselben Princips wie wir, wenn wir den Schall erzeugen durch simultanen Fall zweier Kugeln.

Wollte nun Vierordt auf dieses modificirte Verfahren die Oberbeck'sche Relation anwenden, so hatte er in derselben $P = 2p$ zu setzen, wodurch diese Relation die Form annimmt:

$$\varepsilon = \frac{\log 2}{\log \frac{h}{\eta}}.$$

Wird der Normalschall erzeugt durch simultanen Fall von $n$ Kugeln, deren jede der den variabeln Vergleichsreiz hervorrufenden Kugel vollständig gleicht, so tritt an die Stelle der letzten Formel die folgende:

$$\alpha) \quad \varepsilon = \frac{\log n}{\log \frac{h}{\eta}}.$$

Wird aber der Normalschall hervorgebracht durch eine einzige Kugel vom Gewichte $q = mp$, wo $m$ keine ganze Zahl zu sein braucht, während das Gewicht der den variabeln Schall erzeugenden Kugel $= p$ ist, so ist $\varepsilon$ zu berechnen aus:

$$\beta) \quad \varepsilon = \frac{\log m}{\log \frac{h}{\eta}}.$$

Wir wollen die beiden letzten Formeln benutzen, um zu sehen, was sich auf Grund unserer Versuche über $\varepsilon$ aussagen lässt.

---

1) Wiedemann's Annalen, N. F. XXI, S. 509—513.

Verwenden wir hierzu zunächst die *Lt.*'schen Versuche, deren Resultate aufgeführt wurden in Abtheilung A., Gruppe b., so ist in $\alpha$) $n = 2$ zu setzen; ferner haben wir darin der Reihe nach:

$$\eta = 50,\ 150,\ 250,\ 350 \text{ und}$$
$$h = 114,\ 335,\ 567,\ 753$$

zu nehmen. Wir erhalten also hier folgende Tabelle zusammengehöriger Werthe von $\eta$, $h$ und $\varepsilon$:

| $\eta$ | $h$ | $\varepsilon$ |
|---|---|---|
| 50 | 114 | 0,84 |
| 150 | 335 | 0,86 |
| 250 | 567 | 0,85 |
| 350 | 753 | 0,90 |

Benutzen wir ferner die *Lz.*'schen Versuche in Abtheilung A, Gruppe c., so haben wir in $\alpha$) $n = 3$ zu substituiren; dann ergibt sich für:

| $\eta$ | $h$ | $\varepsilon$ |
|---|---|---|
| 50 | 160 | 0,95 |
| 100 | 325 | 0,93 |
| 200 | 644 | 0,94 |

Wenn wir endlich die Versuche unter Abtheilung A, Gruppe d., sowie die Versuche der Abtheilung B zur $\varepsilon$-Berechnung verwerthen wollen, so haben wir in $\beta$) $m = 2$ zu substituiren. Die zusammengehörigen Werthe von $\eta$, $h$ und $\varepsilon$ finden sich in den folgenden Tabellen vor.

Abtheilung A. Gruppe d. (Reagirender *Lz.*)

| $\eta$ | $h$ | $\varepsilon$ |
|---|---|---|
| 100 | 214 | 0,90 |
| 200 | 428 | 0,91 |
| 300 | 645 | 0,91 |
| 350 | 750 | 0,91 |

Abtheilung B.

| Reagirender: *Lz.* | | | Reagirender: *W.* | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\eta$ | $h$ | $\varepsilon$ | $\eta$ | $h$ | $\varepsilon$ |
| 75 | 163 | 0,88 | 75 | 159 | 0,91 |
| 150 | 334 | 0,84 | 150 | 323 | 0,91 |
| 225 | 481 | 0,91 | 225 | 483 | 0,91 |
| 300 | 650 | 0,88 | | | |

Wir sehen also, dass die gefundenen $\varepsilon$-Werthe sich der 1 sehr nähern; die *Lt.*'schen sind im Allgemeinen etwas kleiner als die *Lz.*'schen und die *W.*'schen. Erstere sind aber überhaupt, wie aus der bedeutenderen Größe der wahrscheinlichen Fehler hervorgeht, als die minder sicheren zu betrachten.

---

## 4. Die Prüfung des Weber'schen Gesetzes.

Die Methode der Minimaländerungen, wie sie für die Prüfung des Weber'schen Gesetzes von Herrn Prof. Wundt[1]) formulirt worden ist, geht aus von der objectiven Gleichheit zweier Reize und verstärkt oder schwächt den einen so lange, bis ein Unterschied im Intensitätsverhältniss beider Reize empfunden wird. Sie setzt also voraus, dass nach dem Ausgange von objectiver Gleichheit bei der Veränderung des einen Reizes entweder noch Gleichschätzung beider Reize eintritt, oder aber doch ein Empfindungsunterschied in demselben Sinne sich bemerklich macht, in welchem die Veränderung des Vergleichsreizes vor sich geht. Wird also z. B. der Vergleichsreiz verstärkt, so kann entweder noch Gleichschätzung beider Reize eintreten, oder der Vergleichsreiz muss stärker empfunden werden.

Allein bei unseren Versuchen liegt nach dem Ausgange von objectiver Gleichheit keiner von beiden Fällen vor, wenigstens zunächst nicht. Erinnern wir uns nämlich derjenigen Versuche, bei welchen Normalschall und Vergleichsschall auf identische Art erzeugt werden, deren Resultate in Abtheilung A, Gruppe a. aufgeführt worden sind, so werden, wenn wir nach Vorschrift der Wundt'schen Methode der Minimaländerungen die obere und die untere Unterschiedsschwelle bestimmen wollen, die folgenden Fälle eintreten:

Bleiben wir zunächst in der ersten Zeitfolge, wo der constante Normalschall dem variabeln Vergleichsschall vorangeht, und deren Vergleichshöhen sämmtlich kleiner sind als die zugehörige Normalhöhe, so haben wir zuvörderst nach Vorschrift der Wundt'schen Methode und unter Beibehaltung der Wundt'schen Bezeichnungen

---

1) Philos. Studien I, S. 558 u. 559.

den Vergleichsreiz $r'$ dem Normalreiz $r$ gleich zu machen, d. h. wir haben, da beide Schalle auf identische Art erzeugt werden, die Fallhöhe des Vergleichsschalls der Normalhöhe gleich zu machen, was eben von objectiver Gleichheit ausgehen heißt.

In diesem Falle wird aber der Vergleichsreiz stärker geschätzt als der Normalreiz, und dies hält auch noch eine Zeit lang an, wenn wir, von objectiver Gleichheit an abwärts gehend, den Vergleichsreiz schwächen. Der Vergleichsreiz wird also stärker empfunden als der Normalreiz, trotzdem ersterer geschwächt wird. Es tritt ein Empfindungsunterschied im entgegengesetzten Sinne ein, als in welchem die Aenderung des Vergleichsreizes geschieht.

Umgekehrt verhält es sich beim aufsteigenden Verfahren der zweiten Zeitfolge. Nehmen wir dort vorerst $r' = r$ an, so wird $r' < r$ geschätzt. Verstärken wir aber $r'$, so dauert trotzdem die Kleinerschätzung des Vergleichsschalls noch etwas fort, um durch das Gleichheitsintervall hindurch in Größerschätzung überzugehen.

Wenn wir also auch die Prüfung des Weber'schen Gesetzes, so wie es die Wundt'sche Methode der Minimaländerungen vorschreibt, in unserem Falle nicht vornehmen können, so brauchen wir darum doch nicht auf diese Prüfung überhaupt zu verzichten; wir können dieselbe nämlich auch ausführen unter Benutzung des einem jeden Normalschall zugehörigen mittleren Schätzungswerthes. Derselbe ist das arithmetische Mittel aus den einer jeden Normalhöhe zukommenden 8 Vergleichshöhen, also die in den Tabellen der Abtheilung A, Gruppe a. mit $h$ bezeichnete Größe. Im Falle der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes muss dann der Quotient $\frac{h}{\eta}$ constant sein, oder, wenn wir $h - \eta$ als den Schätzungsfehler des Normalreizes bezeichnen und:

$$\frac{h-\eta}{\eta} \equiv \frac{h}{\eta} - 1$$

als den relativen Schätzungsfehler, so können wir auch sagen: im Falle der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes muss der relative Schätzungsfehler constant sein. Nun sind aber zusammengehörige Werthe von $\eta$, $h$ und $\frac{h}{\eta} - 1$ die folgenden:

| *Lt.* | | | *Lz.* | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\eta$ | $h$ | $\frac{h}{\eta} - 1$ | $\eta$ | $h$ | $\frac{h}{\eta} - 1$ |
| 75 | 84 | 0,12 | 75 | 81 | 0,08 |
| 100 | 112 | 0,12 | 100 | 108 | 0,08 |
| 150 | 170 | 0,13 | 150 | 160 | 0,07 |
| 200 | 216 | 0,08 | 200 | 214 | 0,07 |
| 300 | 334 | 0,11 | 300 | 326 | 0,09 |
| 400 | 449 | 0,12 | 400 | 431 | 0,08 |
| 500 | 567 | 0,13 | 500 | 548 | 0,10 |
| 600 | 674 | 0,12 | 600 | 645 | 0,08 |
| 700 | 757 | 0,08 | 700 | 750 | 0,07 |

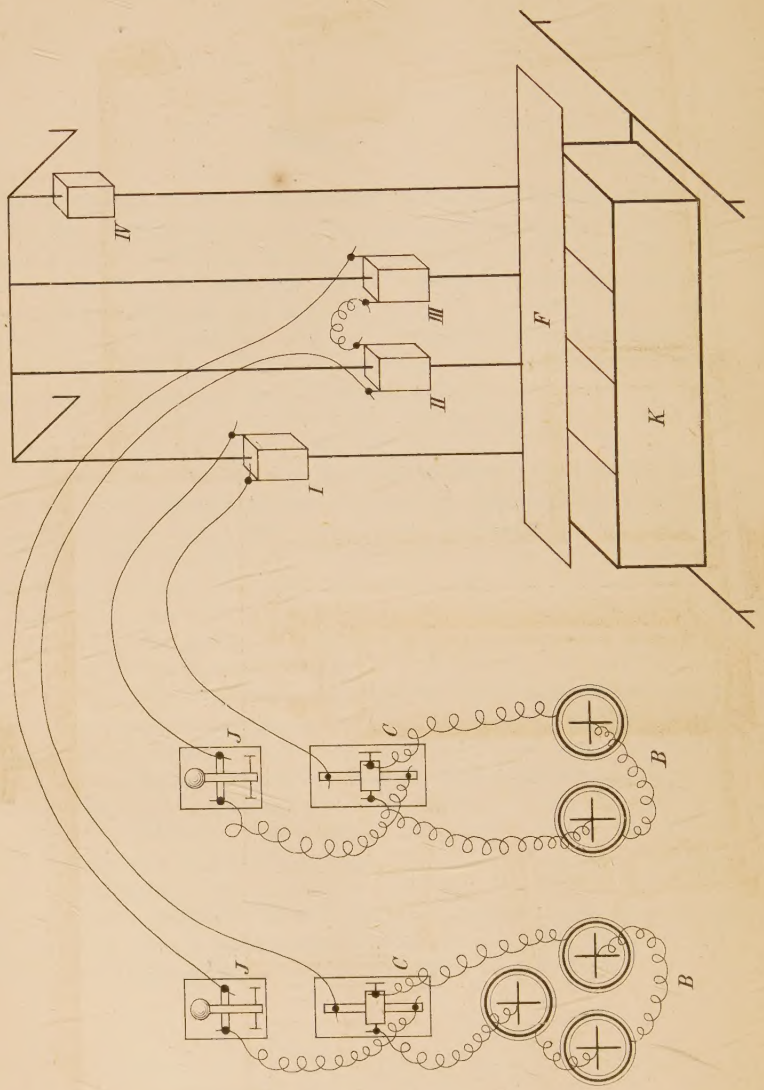
Der relative Schätzungsfehler ist also bei *Lt.* etwas größer als bei *Lz.* Das Resultat ist als ein dem Weber'schen Gesetze günstiges zu betrachten, was offenbar indirect die Richtigkeit des oben von uns gefundenen Schallmaßes bestätigt. Wir können mithin die Resultate unserer Untersuchungen in die beiden Sätze zusammenfassen:

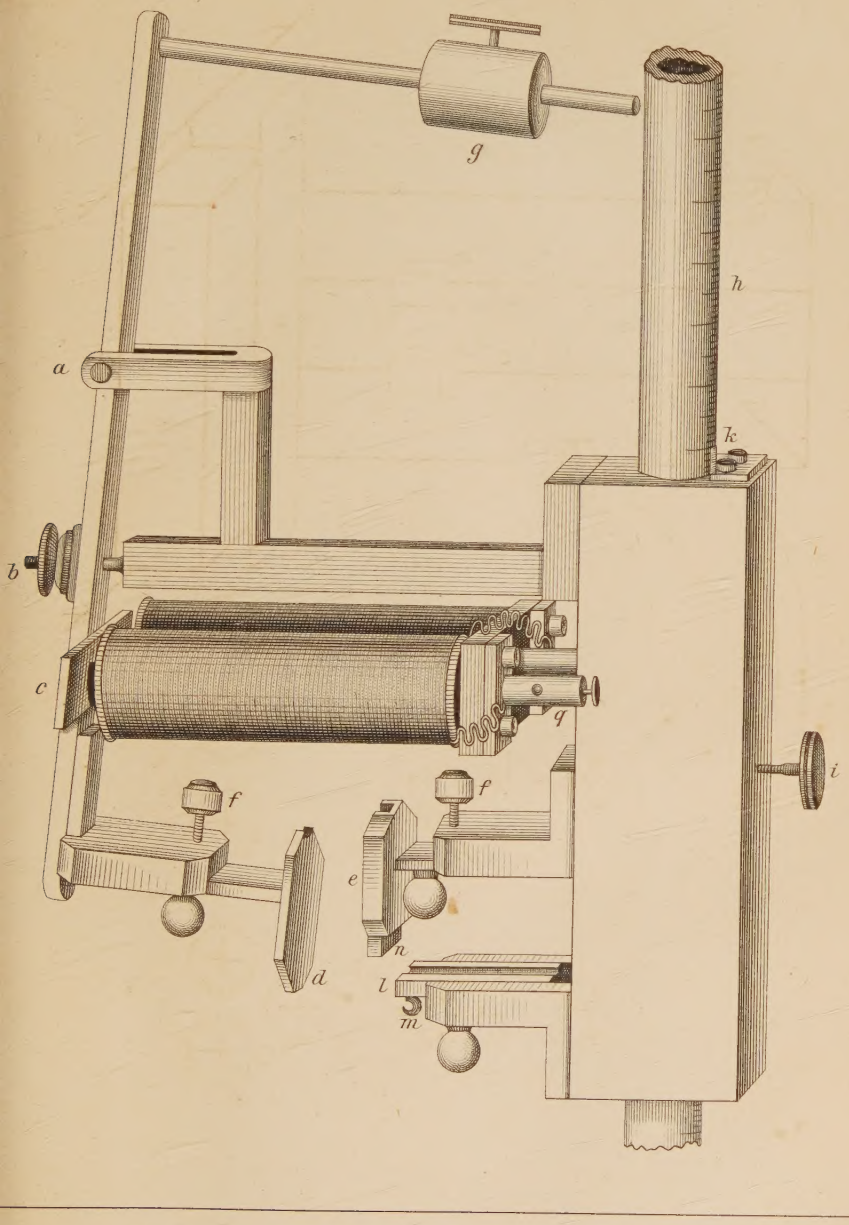
1) Die Schallstärke ist der lebendigen Kraft proportional;
2) Die unter dieser Voraussetzung angestellte Prüfung des Weber'schen Gesetzes bestätigt dasselbe als innerhalb weiter Grenzen der Beobachtung gültig. —

# Vita.

Ich, Paul Adolph Starke, wurde Ende April 1861 zu Leipzig geboren als Sohn des daselbst verstorbenen K. S. Ober-Steuercontroleurs Franz Adolph Starke, erhielt meine Vorbildung auf dem Progymnasium in Wurzen, dann bis Ostern 1876 auf dem Realgymnasium zu Plauen i. V. und verließ das Leipziger Realgymnasium Ostern 1880 mit dem Zeugniss der Reife, um von da ab — leider mit Unterbrechung durch Krankheit — auf der Universität meiner Vaterstadt dem Studium der Mathematik mich zu widmen, worauf ich mich seit dem Jahre 1877 durch Beschäftigung mit den Elementen der höheren Mathematik unter Anleitung eines meiner Herren Lehrer besonders vorbereitet hatte. Bei den Herren Professoren und Docenten Bruhns, Hankel, Klein, Mayer, von der Mühll, Neumann, Rohn, Scheibner und Zöllner hörte ich mathematische, physikalische, astronomische und astrophysikalische Collegien, besuchte die philosophischen, historischen und pädagogischen Vorlesungen der Herren Professoren Biedermann, Masius, Seydel, Wenck, Wundt und nahm Theil an den Uebungen und Seminaren der Herren Bruhns, Hankel, Hofmann, Klein, Mayer, Rohn, Wundt. Daneben versuchte ich, angeregt durch ein Colleg Prof. Wundt's über die Psychologie der Sprache, des Mythus und der Sitte, einen Einblick zu thun in die allgemeine Wissenschaft der Sprache, während eine Vorlesung über Anatomie und Physiologie des Gehirns das Verständniss der allgemeinen Psychologie mir erleichterte. Allen meinen verehrten Lehrern, insbesondere den Herren Prof. Mayer und Wundt, spreche ich an dieser Stelle meinen aufrichtigsten Dank aus. Am 16. Dec. 1884 wurde mir nach Ablegung der mathematisch-physikalischen Staatsprüfung die fac. doc. für alle Classen der Gymnasien und Realgymnasien ertheilt. Der Güte des Herrn Rektor Prof. Dr. Giesel verdanke ich die Erlaubniss, an der von mir absolvirten Schule auch mein Probejahr abzulegen; Herr Dr. J. E. Böttcher, mein früherer Lehrer, steht mir dort mit seinem Rath zur Seite. Seit 1. Nov. 1885 mache ich in Vertretung eines Assistenten Versuche im physiologischen Laboratorium des Herrn Prof. Ludwig. Das in vorliegender Dissertation bearbeitete Problem, welches ich weiter zu verfolgen gedenke, verdanke ich Herrn Prof. Wundt.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.


IV
III
II
I
F
K
J
C
B
J
C
B




Leipzig.

Lith. Anst. v. J. G. Bach, Leipzig